



# UNIVERSIDAD **DE ATACAMA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN METALURGIA

**“AJUSTE Y EVALUACIÓN DE DISTINTOS MODELOS EMPÍRICOS DE  
CLASIFICACIÓN EN UN HIDROCICLÓN DE LABORATORIO”**

Rodrigo Elías González Álvarez

Copiapó, Chile 2024



# UNIVERSIDAD **DE ATACAMA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN METALURGIA

## **“AJUSTE Y EVALUACIÓN DE DISTINTOS MODELOS EMPÍRICOS DE CLASIFICACIÓN EN UN HIDROCICLÓN DE LABORATORIO”**

“Trabajo de titulación presentado en conformidad a los requisitos para obtener el título de  
Ingeniero Civil en Metalurgia”

Profesor guía: Dr. Mario Santander M.

Comisión: Dra. Ana Rivera V.

Ing. Ivonne López C.

Rodrigo Elías González Álvarez

Copiapó, Chile 2024

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO I. Marco introductorio</b> .....	<b>3</b>
<b>1.1. ANTECEDENTES GENERALES</b> .....	<b>3</b>
<b>1.2. OBJETIVOS</b> .....	<b>4</b>
1.2.1. OBJETIVO GENERAL .....	4
1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	4
<b>CAPÍTULO II. Marco teórico</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1. CLASIFICACIÓN DE PARTÍCULAS EN HÚMEDO</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2. HIDROCICLÓN</b> .....	<b>5</b>
2.2.1. CLASIFICACIÓN EN HIDROCICLONES .....	6
2.2.2. ESTRUCTURA DEL HIDROCICLÓN .....	7
2.2.3. FUNCIONAMIENTO DEL HIDROCICLÓN .....	9
2.2.3.1. Fuerzas de separación .....	11
2.2.3.2. Patrones de flujo.....	12
2.2.3.3. Velocidad tangencial.....	12
2.2.3.4. Velocidad axial .....	13
2.2.3.5. Velocidad radial .....	14
2.2.3.6. Tipos de descarga del hidrociclón .....	14
2.2.4. TIPOS DE HIDROCICLONES .....	15
2.2.4.1. Hidrociclones con entrada voluta .....	15
2.2.4.2. Hidrociclones horizontales.....	16
2.2.4.3. Hidrociclones de fondo plano .....	17
2.2.4.4. Hidrociclones con cyclowash.....	18
<b>2.3. MODELOS MATEMÁTICOS</b> .....	<b>19</b>
2.3.1.1. Elementos básicos.....	19
2.3.1.2. Propiedades deseadas.....	20
2.3.1.3. Proceso general .....	21
2.3.2. MODELOS EMPÍRICOS .....	21
2.3.3. MODELOS FENOMENOLÓGICOS .....	22
2.3.4. MODELOS SEMI-EMPÍRICOS .....	22

<b>2.4. TEORÍAS DE CLASIFICACIÓN</b>	<b>23</b>
2.4.1. MODELOS MATEMÁTICOS EMPÍRICOS DE CLASIFICACIÓN PARA HIDROCICLONES	23
2.4.1.1. Modelo Lynch - Rao	23
2.4.1.2. Modelo L. R. Plitt	26
2.4.1.3. Modelo K. Nageswararao	35
<b>2.5. AJUSTE DE BALANCE DE MASAS</b>	<b>37</b>
<b>2.6. VISUAL BASIC</b>	<b>39</b>
<b>CAPÍTULO III. Metodología experimental</b>	<b>40</b>
<b>3.1. MATERIALES Y EQUIPOS</b>	<b>40</b>
<b>3.2. PREPARACIÓN DE LA MUESTRA</b>	<b>40</b>
<b>3.3. CARACTERIZACIÓN DE LA MUESTRA</b>	<b>41</b>
3.3.1. DETERMINACIÓN DE GRAVEDAD ESPECÍFICA POR MÉTODO DE PICNÓMETRO	41
<b>3.4. PRUEBAS DE CLASIFICACIÓN</b>	<b>42</b>
3.4.1. PLANTA PILOTO	42
3.4.2. PROCEDIMIENTO DE OPERACIÓN	44
3.4.3. CONDICIONES OPERACIONALES	45
3.4.4. PRUEBAS	46
3.4.4.1. Porcentaje de sólidos	47
3.4.4.2. Análisis granulométrico	47
<b>3.5. AJUSTE BALANCE DE MASAS</b>	<b>48</b>
<b>3.6. PROGRAMACIÓN</b>	<b>58</b>
3.6.1. BALANCE METALÚRGICO	59
3.6.2. ESTIMACIÓN DE CONSTANTES	59
3.6.3. SIMULADOR	60
<b>CAPÍTULO IV. Resultados y discusiones</b>	<b>61</b>
<b>4.1. DETERMINACIÓN DE GRAVEDAD ESPECÍFICA POR MÉTODO DEL PICNÓMETRO</b>	<b>61</b>
<b>4.2. CONDICIONES OPERACIONALES</b>	<b>61</b>
<b>4.3. BALANCE METALÚRGICO</b>	<b>62</b>
<b>4.4. EFECTO DE LA PRESIÓN Y CAUDAL DE ALIMENTACIÓN VS D<sub>50c</sub> Y BY-PASS</b>	<b>65</b>
4.4.1. EFECTO DE LA PRESIÓN DE ALIMENTACIÓN VS D <sub>50c</sub>	65

4.4.2. EFECTO DEL CAUDAL DE ALIMENTACIÓN VS $D_{50c}$ -----	65
4.4.3. EFECTO DE LA PRESIÓN DE ALIMENTACIÓN VS BYPASS -----	66
4.4.4. EFECTO DEL CAUDAL DE ALIMENTACIÓN VS BYPASS -----	67
<b>4.5. ESTIMACIÓN DE CONSTANTES -----</b>	<b>67</b>
4.5.1. MODELO LYNCH - RAO -----	68
4.5.2. MODELO PLITT -----	69
4.5.3. MODELO NAGESWARARAO -----	70
<b>4.6. SIMULADOR-----</b>	<b>71</b>
4.6.1. EVALUACIÓN DE OVERFLOW -----	72
4.6.2. EVALUACIÓN DE UNDERFLOW -----	73
4.6.3. EVALUACIÓN DE EFICIENCIA REAL -----	73
4.6.4. EVALUACIÓN DE EFICIENCIA CORREGIDA -----	74
4.6.5. EVALUACIÓN DE DIFERENTES VARIABLES -----	78
<b>CAPÍTULO V. Conclusiones-----</b>	<b>80</b>
<b>Referencias bibliográficas -----</b>	<b>82</b>
<b>Anexos-----</b>	<b>84</b>
<b>7.1. ANEXO A: CANTIDAD DE MUESTRA PARA LAS PRUEBAS DE HIDROCICLÓN -----</b>	<b>84</b>
<b>7.2. ANEXO B: GRAVEDAD ESPECÍFICA-----</b>	<b>85</b>
<b>7.3. ANEXO C: ESTIMACIÓN DE CAUDALES -----</b>	<b>86</b>
<b>7.4. ANEXO D: PORCENTAJE DE SÓLIDOS Y DENSIDAD DE PULPA -----</b>	<b>90</b>
<b>7.5. ANEXO E: PLANO DE HIDROCICLÓN PP04080 V -----</b>	<b>92</b>
<b>7.6. ANEXO F: PLANO PLANTA PILOTO DE HIDROCICLONES ERAL MODELO PCL 4/5-----</b>	<b>93</b>
<b>7.7. ANEXO G: PLANILLA DEL BALANCE METALÚRGICO -----</b>	<b>94</b>
<b>7.8. ANEXO H: PLANILLA DE ESTIMACIÓN DE CONSTANTES PARA LOS MODELOS LYNCH – RAO, PLITT Y NAGESWARARAO -----</b>	<b>95</b>
<b>7.9. ANEXO I: CÓDIGOS DEL SIMULADOR -----</b>	<b>96</b>
<b>7.10. ANEXO J: AJUSTE DE BALANCE DE MASAS CON LA TÉCNICA DE LOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE -----</b>	<b>99</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIGURA 2.1 ZONAS DE MOVIMIENTO INTERIOR DEL HIDROCICLÓN (WILLS B.A., 1987)</b> -----	<b>6</b>
<b>FIGURA 2.2 ESTRUCTURA DEL HIDROCICLÓN (WILLS B.A., 1987)</b> -----	<b>8</b>
<b>FIGURA 2.3 TORBELLINOS AL INTERIOR DE UN HIDROCICLÓN (ERAL, 2023)</b> ---	<b>10</b>
<b>FIGURA 2.4 FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UNA PARTÍCULA ORBITANDO EN UN HIDROCICLÓN (WILLS B.A., 1987)</b> -----	<b>11</b>
<b>FIGURA 2.5 PERFIL VELOCIDAD TANGENCIAL (WILLS B.A. 1987)</b> -----	<b>12</b>
<b>FIGURA 2.6 PERFIL DE VELOCIDAD AXIAL (WILLS B.A., 1987)</b> -----	<b>13</b>
<b>FIGURA 2.7 TIPOS DE DESCARGA DEL HIDROCICLÓN (NEESE ET AL, 2004)</b> -----	<b>15</b>
<b>FIGURA 2.8 HIDROCICLÓN CON ENTRADA VOLUTA (SALAMANCA, 2015)</b> -----	<b>16</b>
<b>FIGURA 2.9 HIDROCICLONES HORIZONTALES (SALAMANCA, 2015)</b> -----	<b>16</b>
<b>FIGURA 2.10 HIDROCICLÓN DE FONDO PLANO (SALAMANCA, 2015)</b> -----	<b>17</b>
<b>FIGURA 2.11 HIDROCICLÓN CON CYCLOWASH (FLSMIDTH, 2023)</b> -----	<b>18</b>
<b>FIGURA 2.12 DIFERENCIA EN PREDICCIÓN DE EFICIENCIA CORREGIDA UTILIZANDO <math>M_2=3</math> PARA TODOS LOS CASOS</b> -----	<b>36</b>
<b>FIGURA 3.1 PLANTA PILOTO MARCA ERAL, MODELO PCL 4/5</b> -----	<b>42</b>
<b>FIGURA 3.2 HIDROCICLÓN PP004080 V</b> -----	<b>43</b>
<b>FIGURA 3.3 EQUIPO DE ANÁLISIS DE PARTÍCULAS MARCA MALVERN</b> -----	<b>48</b>
<b>FIGURA 4.1 DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA P16</b> -----	<b>63</b>
<b>FIGURA 4.2 CURVAS DE EFICIENCIA REAL Y CORREGIDA PARA P16</b> -----	<b>63</b>
<b>FIGURA 4.3 CURVAS DE EFICIENCIA CORREGIDA PARA P7, P8, P11, P12 Y P16</b> --	<b>64</b>
<b>FIGURA 4.4 PRESIÓN DE ALIMENTACIÓN VS D50C</b> -----	<b>65</b>

<b>FIGURA 4.5 CAUDAL DE ALIMENTACIÓN VS D50C</b>	<b>66</b>
<b>FIGURA 4.6 PRESIÓN DE ALIMENTACIÓN VS BY-PASS</b>	<b>66</b>
<b>FIGURA 4.7 CAUDAL DE ALIMENTACIÓN VS BY-PASS</b>	<b>67</b>
<b>FIGURA 4.8 ESTIMADOR DE CONSTANTES LYNCH - RAO</b>	<b>68</b>
<b>FIGURA 4.9 ESTIMADOS DE CONSTANTES PLITT</b>	<b>69</b>
<b>FIGURA 4.10 ESTIMADOR DE CONSTANTES NAGESWARARAO</b>	<b>70</b>
<b>FIGURA 4.11 SIMULADOR</b>	<b>72</b>
<b>FIGURA 4.12 DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA DE OVERFLOW</b>	<b>72</b>
<b>FIGURA 4.13 DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA DE UNDERFLOW</b>	<b>73</b>
<b>FIGURA 4.14 EFICIENCIA REAL</b>	<b>74</b>
<b>FIGURA 4.15 EFICIENCIA CORREGIDA</b>	<b>75</b>
<b>FIGURA 4.17 EFICIENCIA REAL VS CORREGIDA PLITT</b>	<b>76</b>
<b>FIGURA 4.16 EFICIENCIA REAL VS CORREGIDA LYNCH - RAO</b>	<b>76</b>
<b>FIGURA 4.18 EFICIENCIA REAL VS CORREGIDA NAGESWARARAO</b>	<b>77</b>
<b>FIGURA 4.19 EVALUACIÓN DE VARIABLES</b>	<b>78</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>TABLA 3.1 DIMENSIONES HIDROCICLÓN PP004080 V</b> .....	<b>44</b>
<b>TABLA 3.2 NÚMERO DE PRUEBAS</b> .....	<b>46</b>
<b>TABLA 3.3 NÚMERO DE MUESTRAS</b> .....	<b>46</b>
<b>TABLA 4.1 GRAVEDAD ESPECÍFICA</b> .....	<b>61</b>
<b>TABLA 4.2 PRUEBAS SELECCIONADAS</b> .....	<b>64</b>
<b>TABLA 4.3 CONSTANTES CALCULADAS PARA EL MODELO LYNCH - RAO</b> .....	<b>69</b>
<b>TABLA 4.4 CONSTANTES CALCULADAS PARA EL MODELO PLITT</b> .....	<b>70</b>
<b>TABLA 4.5 CONSTANTES CALCULADAS PARA EL MODELO NAGESWARARAO</b> .....	<b>71</b>
<b>TABLA 4.6 MEDIA GEOMÉTRICA DE “M”</b> .....	<b>71</b>
<b>TABLA 4.7 ERROR PORCENTUAL ACUMULADO PARA LOS MODELOS LYNCH- RAO, PLITT Y NAGESWARARAO</b> .....	<b>77</b>

## **Resumen**

El presente estudio fue realizado en las dependencias de la Universidad de Atacama, específicamente en los laboratorios del Departamento de Ingeniería en Metalurgia. Dicho trabajo toma relevancia tras el propósito de mejorar los programas de simulación del proceso molienda - clasificación, evaluando distintos modelos empíricos de clasificación en un hidrociclón de laboratorio. Para ello se utilizó mineral de sílice 100% - #35 para las pruebas de clasificación, en una planta piloto de hidrociclón marca ERAL, modelo PCL 4/5, con un ápex y vortex finder de 7 y 10 mm respectivamente, lo que generó una base de datos que permitió lograr parametrizar tres modelos de clasificación: Lynch-Rao, Plitt y Nageswararao mediante rutinas programadas en la aplicación Visual Basic de Microsoft. Luego con los resultados obtenidos se creó un programa en dicha aplicación, que permitió simular los tres modelos mencionados sin la necesidad de salir del programa, además dicho programa es genérico, ya que puede ser utilizado para cualquier sistema mineral - hidrociclón. Finalmente, se utilizó la base de datos y el simulador creado para evaluar los modelos de clasificación, con el fin de establecer cuál de ellos tiene mejores resultados al ser comparados con los datos reales. Concluyendo así que tanto el modelo del Plitt como Nageswararao tienen mayor precisión al momento de simular condiciones de clasificación, principalmente por la diferencia que existe en las predicciones de caudales, porcentaje de sólidos y Bypass con respecto a Lynch – Rao.

## **Abstract**

The present study was carried out on the branch offices of the University of Atacama, specifically in the laboratories of the Department of Metallurgy Engineering. This work becomes relevant after the purpose of improving the simulation programs of the grinding - classification process, evaluating different empirical classification models in a laboratory hydrocyclone. For this, 100% silica mineral - #35 was used for the classification tests, in an ERAL brand hydrocyclone pilot plant, model PCL 4/5, with an apex and vortex finder of 7 and 10 mm respectively, which generated a database that allowed us to parameterize three classification models: Lynch-Rao, Plitt and Nageswararao through routines programmed in the Microsoft Visual Basic application. Then, with the results obtained, a program was created in said application, which allowed simulating the three mentioned models without the need to exit the program. Furthermore, said program is generic, since it can be used for any mineral-hydrocyclone system. Finally, the database and the simulator created were used to evaluate the classification models, in order to establish which of them has the best results when compared with the real data. Thus concluding that both the Plitt and Nageswararao models have greater precision when simulating classification conditions, mainly due to the difference that exists in the predictions of flow rates, percentage of solids and Bypass with respect to Lynch – Rao.

## **1. CAPÍTULO I. Marco introductorio**

### **1.1. Antecedentes generales**

La metalurgia extractiva, es la ciencia que se dedica a la extracción de metales en base a minerales, para lograr dicho objetivo, es necesario recurrir a distintos procesos y operaciones, destacando entre ellos el proceso de conminución o reducción de tamaño de las partículas de mineral, lo cual es imprescindible para posteriormente lograr por medio del proceso de concentración de minerales la recuperación de los metales valiosos (Ballester, et al. 2000)

El proceso de conminución está asociado a un elevado costo económico, principalmente por la etapa de molienda, la cual corresponde a la última reducción de tamaño de las partículas previo a la etapa de concentración, sin embargo la conexión entre ambas está determinada por el proceso de clasificación de tamaños de partículas, el cual tiene como objetivo lograr la separación de partículas acorde a los requerimientos granulométricos de la etapa posterior, labor ejecutada por equipos llamados hidrociclones, los cuales por medio de la columna de aire, velocidad tangencial, vertical y radial de las partículas contenidas en la pulpa, se logra generar la clasificación. Por ello, toma relevancia la correcta operación de estos equipos, ya que de ellos depende la conexión y operación de la etapa de molienda y concentración. Dicho lo anterior, toma importancia la modelación y simulación de procesos, área de estudio que por medio de modelos matemáticos permite generar una herramienta de cálculo poderosa para la evaluación, optimización y control de procesos metalúrgicos existentes. Consecuencia de aquello, se han generado software que permiten realizar simulaciones utilizando dichos modelos (Ballester, et al. 2000).

La presente investigación considera la parametrización y evaluación de tres modelos matemáticos empíricos de clasificación para hidrociclones: Lynch-Rao, Plitt y K. Nageswararao, con el fin de obtener con claridad cual modelo se ajusta mejor a los datos reales. Se realizaron pruebas en un hidrociclón de laboratorio, que permitió mediante la creación de una rutina en Visual Basic de Microsoft, estimar el valor de los parámetros y simular las ecuaciones de los tres modelos matemáticos ya mencionados.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general**

Comprobar cuál de los modelos empíricos, Lynch-Rao, Plitt y Nageswararao, predice mejor el efecto de diferentes variables de operación sobre la curva de eficiencia de un hidrociclón de laboratorio

### **1.2.2. Objetivos específicos**

- Realizar ensayos en un hidrociclón de laboratorio para determinar el efecto del % de sólidos, caudal de alimentación y diámetro del Apex en la eficiencia de clasificación.
- Implementar en Microsoft Excel un programa para estimar los parámetros de los modelos empíricos de Lynch-Rao, Plitt y Nageswararao y simular el efecto de diferentes variables de operación.
- Verificar cuál de los modelos empíricos predice con menor error la curva de eficiencia de hidrociclón de laboratorio.

## **2. CAPÍTULO II. Marco teórico**

### **2.1. Clasificación de partículas en húmedo**

La clasificación de partículas de mineral en húmedo es el ejercicio de separar partículas en distintos rangos de tamaños contenidos en una pulpa, existiendo un equipo en particular que permite realizar esta clasificación, el hidrociclón. Dicha clasificación tiene gran importancia en los distintos procesos industriales, en especial en la metalurgia extractiva y específicamente en una planta concentradora, ya que de ello depende el correcto funcionamiento de los distintos procesos de concentración, por ejemplo el área de flotación, el cual al no trabajar con la granulometría correcta para concentrar un mineral en específico, se pueden observar distintas situaciones: como la impermeabilidad del mineral al interactuar con los distintos reactivos y la presencia de un exceso de partículas finas, o la baja recuperación en las celdas y columnas de flotación por la presencia de partículas gruesas que aún no han liberado el mineral de interés (Arias, 2019).

### **2.2. Hidrociclón**

El origen del hidrociclón data del año 1891, año en que fue patentado en los Estados Unidos como una invención para purificar agua (Bretney, 1891), sin embargo, su aplicación en procesos industriales no ocurrió hasta fines de los años 40. En la actualidad es uno de los equipos por excelencia en procesos industriales de clasificación debido a su simplicidad de diseño, confiabilidad, fabricación, operación y mantenimiento simple (Patra et al., 2017).

Los hidrociclones son dispositivos utilizados a nivel mundial en el procesamiento de minerales y se usan para el deslamado, clasificación, clasificación selectiva, espesamiento y preconcentración. El hidrociclón es el clasificador estándar utilizado en la molienda de circuito cerrado en las plantas de procesamiento de minerales, está compuesto por una sección cilíndrica y otra cónica unidas entre sí, sin partes móviles, siendo capaz de separar las partículas entre si contenidas en la pulpa (Silva et al., 2013).

### 2.2.1. Clasificación en hidrociclones

Los hidrociclones son equipos diseñados con el fin de separar partículas sólidas contenidas en líquidos según su densidad y tamaño, debido a la acción centrífuga que se genera en su interior. Donde se identifican dos zonas de movimiento para el fluido (ver Figura 2.1): el vórtice libre en la periferia (corriente descendente) y el vórtice de fuerza en el centro (corriente ascendente). Este fenómeno se genera al alimentar tangencialmente con pulpa al hidrociclón, donde el fluido y partículas adquieren velocidad a medida que avanzan en su interior. Al existir una diferencia de presión negativa producto del vórtice al interior del ciclón, el aire ingresa por la abertura en el ápex y recorre la columna central del equipo como la corriente ascendente descrita anteriormente.

Las partículas en la pulpa que tienen mayor velocidad de sedimentación (más densas) son centrifugadas a las paredes del hidrociclón y las partículas con menor velocidad de sedimentación (menos densas) se acercan a la columna central del vórtice. Luego el material acumulado en las paredes desciende debido a la gravedad y se acerca a la descarga inferior (underflow) del hidrociclón a través del ápex, el cual tiene un diámetro menor en comparación a la descarga superior (overflow) a través del vortex finder. Esto provoca una saturación de partículas gruesas en la descarga inferior, obligando a que el líquido y aire se dirijan a través del vórtice de fuerza hacia la parte superior del hidrociclón, arrastrando con ello las partículas cercanas hacia el overflow, logrando así la clasificación de las partículas finas (Güenechea, 2016).

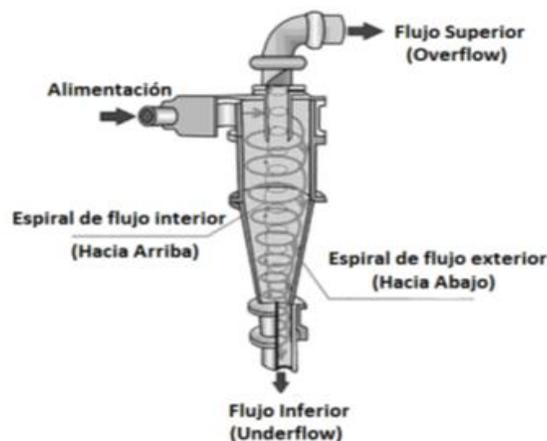


Figura 2.1 Zonas de movimiento interior del hidrociclón (Wills B.A., 1987)

### 2.2.2. Estructura del hidrociclón

En la Figura 2.2 se presenta un esquema de un hidrociclón el que se compone de las siguientes partes:

- **Entrada de alimentación:** Es la sección cilíndrica tangencial a la cámara de alimentación por la cual ingresa el flujo de alimentación hacia el interior del hidrociclón.
- **Cámara de alimentación:** Es la sección cilíndrica superior en la que se distribuye el flujo de alimentación, la cual permite que las partículas sólidas adquieran los distintos componentes de velocidad.
- **Sección cilíndrica:** Es la zona en la cual principalmente se produce la clasificación entre partículas sólidas de menor y mayor densidad, o bien entre partículas sólidas de menor y mayor tamaño.
- **Vortex finder:** Es el punto de descarga superior del hidrociclón, por el cual avanza el overflow.
- **Localizador de vórtice:** Es el tubo cilíndrico ubicado axialmente que baja desde el vortex finder hacia la cámara de alimentación, donde dicho tubo permite el avance del espiral de flujo interior hacia el vortex finder, y además evita que el flujo de alimentación entre en contacto con dicho espiral.
- **Sección cónica:** Es la sección cónica abierta que en su parte superior está adherida a la sección cilíndrica y en la parte inferior está conectada con el ápex, en la cual en sus paredes pasa el espiral de flujo exterior.

- **Ápex o ápice:** Es el punto de descarga inferior del hidrociclón, por el cual avanza el underflow.

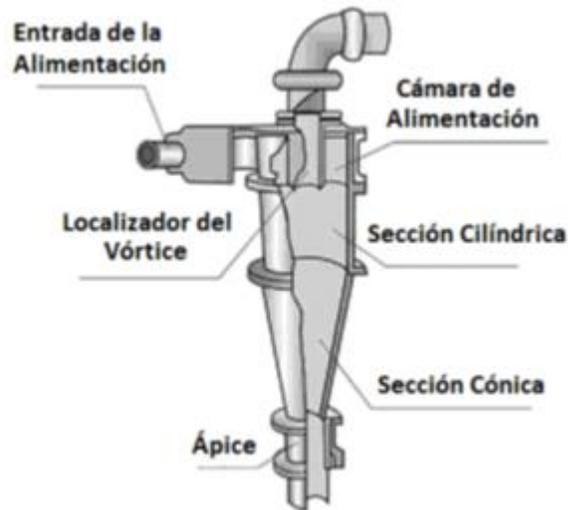


Figura 2.2 Estructura del hidrociclón (Wills B.A., 1987)

En la Figura 2.1 se presenta un esquema de un hidrociclón que identifica las zonas de movimiento en su interior:

- **Entrada de alimentación:** Flujo de pulpa que alimenta al hidrociclón, el cual contiene una distribución granulométrica, concentración de sólidos y presión de alimentación apropiada que permite generar las condiciones de velocidad de las partículas en el interior del ciclón y así llevar a cabo la clasificación de ellas.
- **Overflow o flujo superior:** Flujo de pulpa que sale por el punto de descarga superior del hidrociclón, el cual contiene una baja concentración de sólidos y distribución granulométrica fina, es decir es el flujo que contiene las partículas sólidas con menores densidades o menores tamaños provenientes de la pulpa alimentada.

- **Underflow o flujo inferior:** Flujo de pulpa que sale por el punto de descarga inferior del hidrociclón, el cual contiene una alta concentración de sólidos y distribución granulométrica gruesa, es decir, el flujo que contiene las partículas sólidas con mayores densidades o mayores tamaños provenientes de la pulpa alimentada.
  
- **Columna de aire:** Es una columna de aire que se genera en el centro del hidrociclón, la cual conecta el vortex finder con el ápex.
  
- **Espiral de flujo interior:** Es un torbellino de pulpa que gira alrededor de la columna de aire en dirección de abajo hacia arriba, el cual contiene las partículas con menores densidades o menores tamaños que se encuentran en la pulpa que está siendo clasificada.
  
- **Espiral de flujo exterior:** Es un torbellino de pulpa que gira en las paredes de la sección cónica del hidrociclón en dirección de arriba hacia abajo, el cual contiene las partículas con mayores densidades o mayores tamaños que se encuentran en la pulpa que está siendo clasificada.

### 2.2.3. Funcionamiento del hidrociclón

La pulpa ingresa al hidrociclón mediante la aplicación de presión, ejercida por una bomba externa al hidrociclón, es a través de la sección de alimentación la cual está unida tangencialmente a la sección cilíndrica. Una vez adentro del hidrociclón, producto de la presión mencionada y la geometría del hidrociclón, se genera la presencia de la fuerza centrífuga, la cual tiene un papel muy importante dentro del funcionamiento del equipo ya que debido a su acción las partículas gruesas o más densas se proyectan hacia las paredes interiores de la sección cónica, mediante una trayectoria helicoidal donde luego descienden y son colectadas en el ápex (Pedraza, 2018).

El paso de la pulpa a la sección cónica del hidrociclón origina un efecto de estrangulación, generando así la división de dicha pulpa en dos flujos (ver Figura 2.3).

Uno de los flujos contiene las partículas gruesas, las cuales son concentradas en las paredes del ciclón y extraídas a través de la sección de descarga situada en la parte inferior del equipo. En el centro del ciclón se produce un fuerte vórtice y la baja presión impulsa la fase fluida junto con las partículas finas hacia arriba, siendo estas expulsadas por la parte superior del equipo. La gravedad específica o densidad de las partículas sólidas

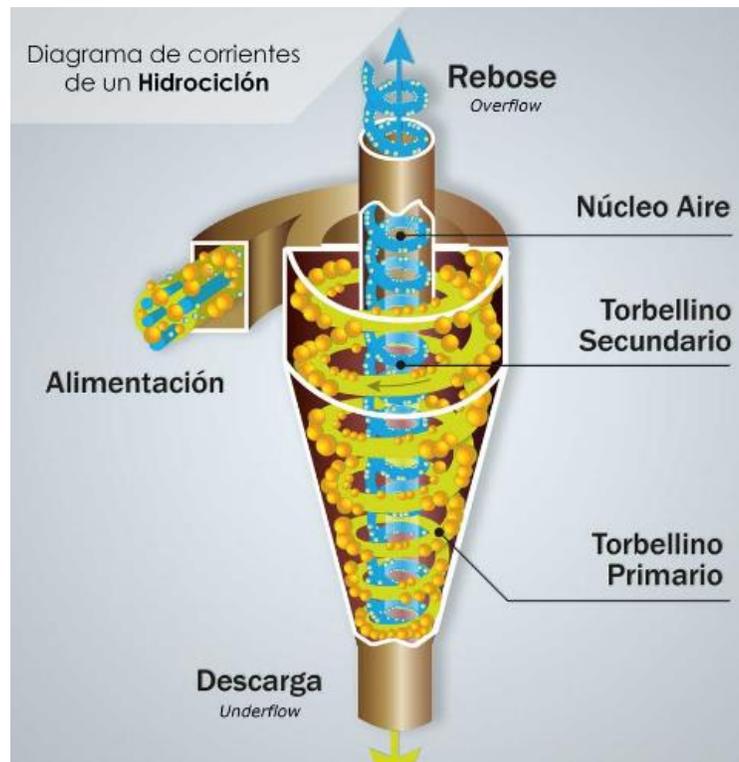


Figura 2.3 Torbellinos al interior de un hidrociclón (Eral, 2023)

contenidas en la pulpa de alimentación, desempeña un papel muy importante dentro del proceso de clasificación en general y en el proceso efectuado en el hidrociclón debido a que controla la consistencia de la descarga (Pedraza, 2018).

El hidrociclón presenta tres componentes por medio de los cuales ingresa y es extraída la pulpa, uno de ellos es donde se lleva a cabo la alimentación al equipo. En esta parte es controlada la entrada del material y tiene como objetivo orientar su ingreso hasta el punto tangencial de la sección cilíndrica. El sobre flujo es otro de los elementos significativos dentro de la clasificación efectuada en un ciclón, debido a que su tamaño

influye directamente en la presión ejercida para un volumen determinado. Cuanto mayor es el diámetro del sobre flujo, la cantidad de sólidos en el flujo superior se presenta en mayor proporción y al disminuir su diámetro se presenta la situación contraria. La función del ápex es descargar el flujo con contenido de partículas gruesas de tal manera que se obtenga su máxima densidad, debido a esto su diámetro debe tener un tamaño adecuado el cual permita la correcta descarga de las partículas (Pedraza, 2018).

### 2.2.3.1. Fuerzas de separación

En la pulpa las partículas que se encuentran en suspensión están afectadas por la acción de dos fuerzas opuestas:

- Fuerza de arrastre hidrodinámica, dirigida radialmente hacia adentro.
- Fuerza centrífuga, dirigida radialmente hacia afuera.

Dependiendo del tamaño y peso específico de las partículas, estas tendrán una posición de equilibrio que es más cercana al eje del ciclón mientras más pequeño o más liviana es la partícula. Las partículas que se ubican en el radio de acción del vortex ascendente serán llevadas al overflow. Aquellas que se ubican a una distancia mayor serán llevadas al underflow. Mientras que aquellas que se ubiquen en la zona de velocidad vertical cero tendrán la misma probabilidad de aparecer en el overflow o underflow (ver Figura 2.4) (Wills B.A, 1987).

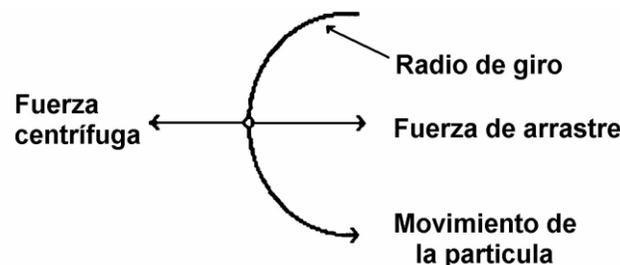


Figura 2.4 Fuerzas que actúan sobre una partícula orbitando en un hidrociclón (Wills B.A., 1987)

### 2.2.3.2. Patrones de flujo

El patrón de flujo de la pulpa que ingresa al hidrociclón presenta en general simetría circular a través del equipo con excepción del paso de la misma por la sección tangencial de alimentación. La velocidad en este caso puede ser dividida en tres componentes: velocidad tangencial, axial y radial, las cuales pueden ser estudiadas de manera independiente (Pedraza, 2018).

### 2.2.3.3. Velocidad tangencial

En puntos situados por debajo del localizador del vórtice, la velocidad tangencial ( $v_t$ ), aumenta considerablemente con la disminución del radio hasta un radio dado, el cual es menor que el diámetro del localizador del vórtice. Esta condición se puede describir en la siguiente relación:

$$v_t \cdot r^n = \text{constante} \quad (2.1)$$

Donde  $n$  está normalmente entre  $0.6 \leq n \leq 0.9$ . A medida que el radio aumenta, la velocidad tangencial disminuye y es proporcional a  $r$ . La relación se mantiene hasta que se alcanza el núcleo de aire, el cual se forma generalmente en un hidrociclón debido a la presión atmosférica (ver Figura 2.5) (Pedraza, 2018).

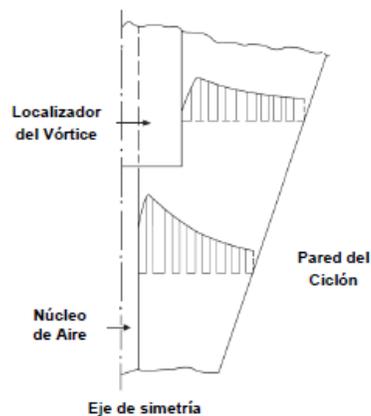


Figura 2.5 Perfil velocidad tangencial (Wills B.A. 1987)

#### 2.2.3.4. Velocidad axial

A lo largo de las paredes del hidrociclón se genera un flujo descendente, el cual es muy importante para la operación del equipo debido a que remueve las partículas que son separadas por medio del flujo inferior. Debido a esto, no es esencial construir hidrociclones con el ápex orientado hacia abajo y donde la eficiencia se ve mínimamente influenciada por su posición respecto al campo de gravedad. El flujo descendente es compensado parcialmente por la presencia de un flujo ascendente. Existe una región en donde no hay velocidad vertical, allí se puede identificar la velocidad vertical cero y se aplica en la mayor parte del hidrociclón, a esta región se le conoce como LZVV por sus siglas en inglés (Locus of Zero Vertical Velocity) (Pedraza, 2018).

La figura 2.6 muestra la distribución de la velocidad axial. En puntos ubicados por encima del localizador del vórtice, se generan las mayores velocidades descendentes cerca de la pared del ciclón y en radios entre la pared del ciclón y el núcleo de aire, la velocidad axial se vuelve hacia arriba, debido al flujo de la pared que se extiende hacia el interior y en las cercanías de la pared del ciclón. Esta velocidad tiene una dirección hacia el localizador del vórtice (Pedraza, 2018).

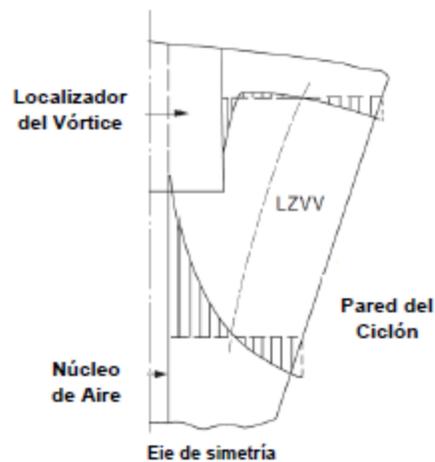


Figura 2.6 Perfil de velocidad axial (Wills B.A., 1987)

### **2.2.3.5. Velocidad radial**

Los componentes de la velocidad radial son más pequeños en comparación con los componentes de las velocidades tangencial y axial. La velocidad radial se presenta hacia el interior y su magnitud disminuye con la disminución del radio. No se conoce la posición radial de la velocidad radial cero. En este caso, se pueden presentar flujos recirculatorios en puntos superiores al localizador del vórtice, entre tanto, en la parte superior plana del ciclón se generan fuertes velocidades radiales hacia el interior, las cuales van dirigidas hacia la raíz del localizador del vórtice ocasionando de esta forma un flujo conocido como cortocircuito. Esta condición se genera cuando partículas del mismo tamaño y similares propiedades físicas, son enviadas al overflow o underflow, debido a que pueden poseer respuestas hidrodinámicas diferentes. Como los finos no llegan a la descarga por efecto de una clasificación, sino que simplemente pasan por el interior del equipo, se interpreta este hecho considerando la existencia de un cortocircuito entre la alimentación y la descarga (Pedraza, 2018).

### **2.2.3.6. Tipos de descarga del hidrociclón**

Cuando un hidrociclón opera con un ápex libre, la descarga ocurre a presión atmosférica. La descarga puede considerarse en tres formas diferentes dependiendo del tamaño del ápex, la distribución de tamaños y la viscosidad en el flujo de alimentación. A una concentración relativamente baja de sólidos en la descarga (entendido también como baja viscosidad), a esta se le conoce como descarga tipo spray o sombrilla y se origina debido a la elevada velocidad tangencial de las partículas en suspensión en las cercanías del ápex y al ingreso simultáneo de aire a la altura del ápex. Este tipo de operación presenta una alta recuperación de sólidos pero de baja concentración, como resultado aumentan los finos en la descarga y por consecuencia incrementa el cortocircuito. Cuando aumenta la cantidad de sólidos que llegan a la descarga del hidrociclón, ya sea por un incremento en la concentración de sólidos y/o tamaños de partículas en el flujo de alimentación o una reducción en el tamaño del ápex, el flujo de la capa límite lleva las partículas en suspensión hacia el centro de la descarga, convirtiendo la descarga del hidrociclón en tipo rope o cordón, debido a la baja velocidad rotacional del fluido. Esto significa que el ápex se sobrecarga significativamente de sólidos, lo que resulta en una pérdida de eficiencia. El

rope se caracteriza por un bajo contenido de finos pero una pobre separación. La separación en flujo transitorio que se define en términos operativos como spray cercano al rope, es un estado intermedio que debido a los efectos positivos sobre la eficiencia de la clasificación, es el tipo de descarga de mayor interés, ya que se considera el tipo de descarga óptima (Neese et al, 2004) (ver Figura 2.7).

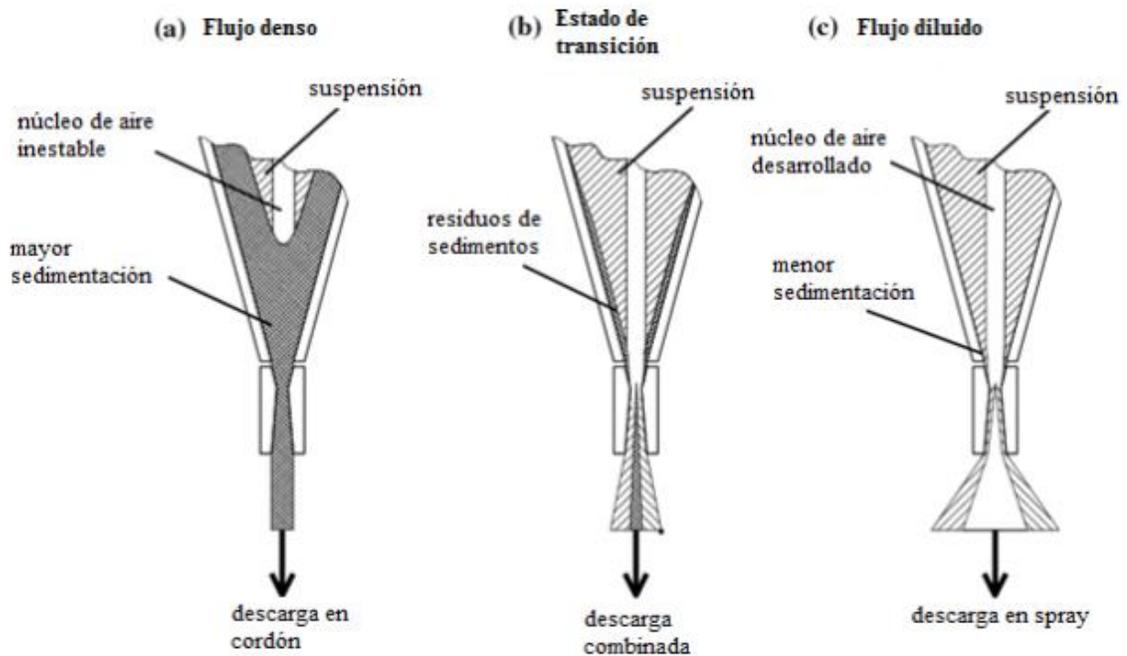


Figura 2.7 Tipos de descarga del hidrociclón (Neese et al, 2004)

## 2.2.4. Tipos de hidrociclones

### 2.2.4.1. Hidrociclones con entrada voluta

Los hidrociclones con entrada voluta (ver Figura 2.8) presentan ventajas en comparación a los hidrociclones convencionales (entrada tangencial), tales como: menor turbulencia, mayor capacidad volumétrica por hidrociclón, mejor eficiencia de clasificación y mejor comportamiento al desgaste del revestimiento.

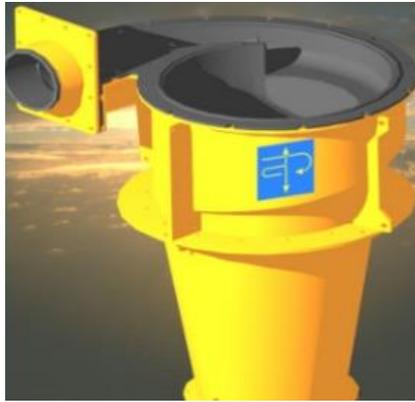


Figura 2.8 Hidrociclón con entrada voluta (Salamanca, 2015)

#### **2.2.4.2. Hidrociclones horizontales**

Los hidrociclones horizontales (ver Figura 2.9) obtienen menor cantidad de finos (corto circuito) en el underflow, producen menor carga circulante y permiten mayor vida útil del revestimiento del ciclón. Sin embargo, estos ciclones logran una separación de partículas más gruesas con respecto a los ciclones verticales y para compensarlo, la pulpa de alimentación de los hidrociclones horizontales deberá ser de menor densidad, lo que significará un corte fino pero con la disminución de densidad de pulpa en el overflow (Salamanca, 2015).



Figura 2.9 Hidrociclones horizontales (Salamanca, 2015)

### 2.2.4.3. Hidrociclones de fondo plano

El hidrociclón de fondo plano tiene una forma cilíndrica con fondo completamente plano (ver Figura 2.10). El principio de funcionamiento de este hidrociclón es parecido a los hidrociclones convencionales, con la única diferencia que en estos hidrociclones se forma una cama de partículas gruesas en la base del mismo, el cual rota alrededor del eje del hidrociclón. Por la forma de operación de lecho circulante, el hidrociclón de fondo plano permite una vida útil del revestimiento relativamente corta, mientras que el de un hidrociclón horizontal tiene una vida útil más larga, debido a la corriente de pulpa no brusca dentro del hidrociclón (Salamanca, 2015).

Los hidrociclones de fondo plano tienen similitud operacional con los hidrociclones horizontales en los siguientes aspectos:

- La densidad del underflow es alta y con menor cantidad de finos.
- Ambos efectúan separación gruesa. Por consiguiente, para tamaño de corte fino y mejor eficiencia se requiere una dilución adicional.
- La selección del diámetro de ápex no es crítica, es decir se puede seleccionar un amplio rango de tamaños para evitar descarga tipo rope.

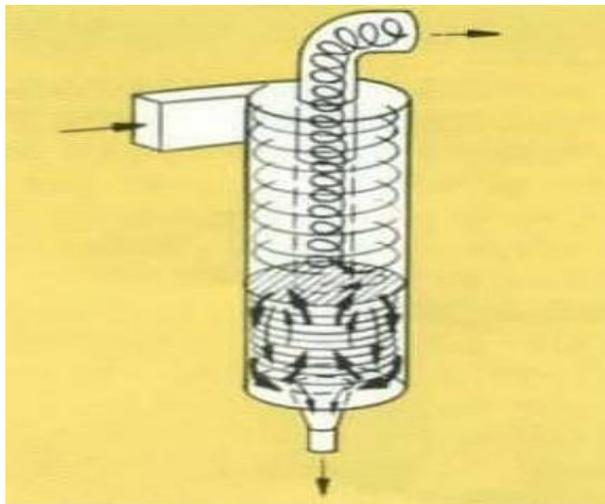


Figura 2.10 Hidrociclón de fondo plano (Salamanca, 2015)

#### 2.2.4.4. Hidrociclones con cyclowash

Cyclowash es un dispositivo auxiliar de los hidrociclones que mejora la eficiencia de deslamado. El cyclowash permite la inyección de agua a través de pequeñas toberas para que las partículas finas arrastradas por la pulpa del underflow (ver Figura 2.11), sean desplazadas y descargadas con el overflow. La clasificación normal se lleva a cabo en la parte superior del hidrociclón para dar una primera etapa de deslamado y el cyclowash está situado para que la inyección del agua diluya el underflow parcialmente espesado. En seguida, se lleva a cabo una segunda clasificación cuando los finos son elevados para juntarse al overflow normal del hidrociclón, las partículas gruesas son concentradas y descargadas a través del ápex como un underflow plenamente deslamado (Salamanca, 2015).

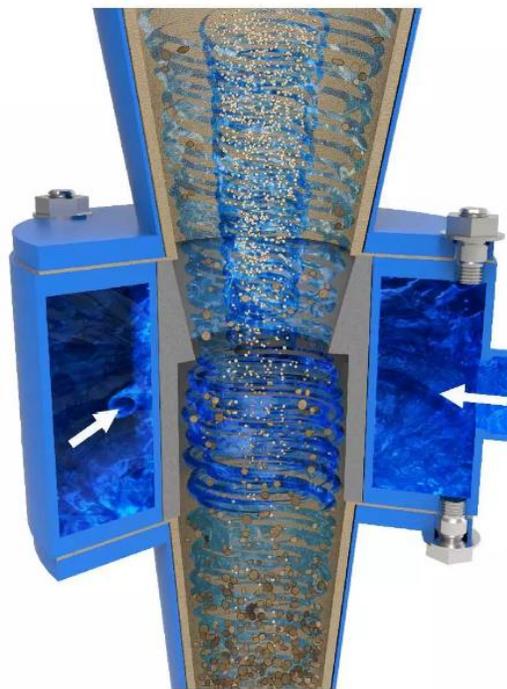


Figura 2.11 Hidrociclón con cyclowash (FLSmidth, 2023)

### **2.3. Modelos matemáticos**

La rama de las matemáticas que se encarga de estudiar las cualidades y estructura de los modelos es la llamada “teoría de los modelos”, donde un modelo matemático es una representación simplificada, a través de ecuaciones, funciones o fórmulas, de un fenómeno o de la relación entre dos o más variables. Los modelos matemáticos son utilizados para entender fenómenos naturales, sociales, físicos, etc. Dependiendo del objetivo y del diseño del mismo modelo, pueden servir para predecir el valor de las variables en el futuro, hacer hipótesis, evaluar los efectos de una determinada política o actividad, etc. Aunque parezca un concepto teórico, en realidad hay muchos aspectos de la vida cotidiana regidos por modelos matemáticos. Lo que ocurre es que no son modelos matemáticos enfocados a teorizar. Al contrario, son modelos matemáticos formulados para que algo funcione (Roldan, 2019).

El objetivo de un modelo matemático es resolver una pregunta acerca del sistema que intenta describir, el cual es representado mediante planteamientos matemáticos. En la mayoría de los casos, para poder aproximarse de manera correcta al sistema es necesario hacer uso de datos experimentales relevantes, pero también es necesario establecer hipótesis y supuestos basados en el conocimiento del sistema. Es posible dividir los modelos matemáticos según el grado de conocimiento de dicho sistema en tres tipos: los modelos empíricos, fenomenológicos y semi-empíricos. Por lo tanto, el objetivo del modelo puede ser utilizado como guía para la definición del tipo de modelo a seguir, ya que si por ejemplo, solamente se desea encontrar una relación entre los datos experimentales, un modelo empírico bastaría para esta tarea, en cambio si el objetivo es comprender los procesos internos o las causas de un fenómeno, es más adecuado un modelo fenomenológico, o bien si se utiliza información a priori para desarrollar el modelo, pero existen componentes o procesos internos de los cuales no se posee información, sería correcto utilizar un modelo semi-empírico (Man, 2010).

#### **2.3.1.1. Elementos básicos**

Los modelos matemáticos no son todos iguales y pueden variar en cuanto a su complejidad, sin embargo, todos ellos tienen un conjunto de características o elementos básicos que los conforman (Roldan, 2019).

- **Variables:** Son conceptos u objetos que se buscan entender o analizar. Sobre todo con respecto a su relación con otras variables. Por ejemplo, una variable puede ser el sueldo de los trabajadores y lo que queremos analizar son sus principales determinantes (años de estudio, educación de los padres, lugar de nacimiento, etc.).
- **Parámetros:** Son valores conocidos o controlables que son utilizados para analizar o valorizar el modelo.
- **Restricciones:** Son determinados límites que nos indica que los resultados del análisis son razonables. Por ejemplo, si una de las variables es el número de hijos de una familia, una restricción natural es que este valor no puede ser negativo.
- **Relaciones entre las variables:** El modelo establece una determinada relación entre las variables apoyándose en teorías económicas, físicas, químicas, etc.
- **Representaciones simplificadas:** Una de las características esenciales de un modelo matemático, es la representación de las relaciones entre las variables estudiadas a través de elementos de las matemáticas tales como: funciones, ecuaciones, fórmulas, etc.

### 2.3.1.2. Propiedades deseadas

Cuando se diseña un modelo matemático, se busca que este tenga un conjunto de propiedades que ayude a asegurar su solvencia y efectividad. Entre estas propiedades se encuentran (Roldan, 2019):

- **Simplicidad:** Uno de los objetivos principales de un modelo matemático es simplificar la realidad para poder entender de mejor manera los distintos fenómenos que la componen.

- **Objetividad:** Que no tenga sesgos teóricos, prejuicios o ideas de sus diseñadores.
  
- **Sensibilidad:** Que sea capaz de reflejar los efectos de pequeños cambios en sus variables.
  
- **Estabilidad:** Que el modelo matemático no se altere significativamente cuando hay cambios pequeños en las variables.
  
- **Universalidad:** Que sea aplicable a varios contextos y no sólo a un caso particular.

### **2.3.1.3. Proceso general**

Para crear un modelo matemático, existe un proceso general que permite la elaboración de cualquier modelo, el cual consta de las siguientes etapas (Roldan, 2019):

1. Encontrar un fenómeno o problema que se le quiera dar una explicación o respuesta.
2. Formular un modelo con elementos matemáticos, representando el problema elegido identificando las variables relevantes (dependientes e independientes).
3. Establecer hipótesis y un método de prueba de su veracidad.
4. Aplicar los conocimientos matemáticos para resolver el modelo y hacer predicciones si es necesario.
5. Hacer comparaciones de los datos obtenidos con datos reales.
6. Si los resultados no se ajustan a lo esperado, ir ajustando el modelo matemático.

### **2.3.2. Modelos empíricos**

El desarrollo de los modelos empíricos se basa en las observaciones experimentales, existen análisis estadísticos que pueden ser realizados sobre datos experimentales con la finalidad de definir que metodología aplicar a la hora de construir el modelo a utilizar. La mayoría de los modelos empíricos son modelos basados en

regresiones, ya que esta técnica provee de una descripción matemática de la relación existente entre las variables de entrada y de salida. Gracias a esto, este tipo de modelo puede ser utilizado tanto para predicción de nuevos datos como para interpolación. En una regresión, la variable dependiente es expresada en términos de las variables independientes usando diferentes tipos de ecuaciones. Por ejemplo, una regresión lineal se denomina como tal cuando la relación entre la variable dependiente e independiente están relacionadas mediante una ecuación lineal, donde los parámetros del modelo son ajustados de manera de que la simulación del modelo y los datos experimentales calcen de la mejor manera posible. Comúnmente la determinación de estos parámetros se hace minimizando el residuo de la suma de los cuadrados (RSS) entre los datos experimentales y la predicción realizada por el modelo (Man, 2010).

### **2.3.3. Modelos fenomenológicos**

En los modelos fenomenológicos los planteamientos matemáticos para describir cierto fenómeno se construyen en base al conocimiento existente acerca del mismo. Es por esto que cada modelo fenomenológico será diferente según la naturaleza del proceso que se desea abordar. Estos modelos, poseen algunas importantes ventajas, por ejemplo realizan mejores predicciones del comportamiento de los sistemas y dado que se basan en conocimiento establecido, la validez de sus predicciones es confiable en un rango mayor al de los datos experimentales utilizados, además realizan mejores predicciones en sistemas modificados y poseen parámetros interpretables físicamente (Man, 2010).

### **2.3.4. Modelos semi-empíricos**

Los modelos semi-empíricos tienen características tanto de modelos fenomenológicos como empíricos, en la mayoría de los casos los modelos matemáticos tienen componentes de los dos tipos de modelos mencionados, ya que en muchas ocasiones se utiliza información a priori para desarrollar el modelo, pero existen componentes o procesos internos de los cuales no se posee información (Man, 2010).

## 2.4. Teorías de clasificación

La mayoría de los circuitos industriales de molienda operan en circuito cerrado con hidrociclones, de manera tal que:

- El producto final del circuito de molienda generalmente corresponde al producto fino del hidrociclón (overflow).
- La alimentación al circuito de molienda consiste en parte, o totalmente, del producto grueso (underflow) proveniente del hidrociclón.
- La eficiencia global del circuito de molienda es afectada notoriamente por la eficiencia de separación del hidrociclón.

Las razones anteriores son de suficiente importancia como para justificar el desarrollo de modelos matemáticos adecuados, capaces de describir el comportamiento de hidrociclones y/u otras unidades industriales de clasificación operando en circuitos cerrados de molienda - clasificación, con miras a la optimización global del proceso (Sepúlveda, 1986).

### 2.4.1. Modelos matemáticos empíricos de clasificación para hidrociclones

#### 2.4.1.1. Modelo Lynch - Rao

Lynch y Rao han desarrollado un conjunto de cuatro ecuaciones empíricas, válidas para hidrociclones industriales de 15 a 26 pulg de diámetro, tratando pulpas de 0 a 70% de sólidos en peso y a presiones excediendo 4 psig. No obstante, estas ecuaciones también pueden ser generalizadas para hidrociclones de menor diámetro. El modelo aplica bajo condiciones normales de operación, según las cuales el diámetro del vortex es considerablemente mayor que el diámetro del ápex, y cuando el porcentaje de sólidos en la descarga no supera cierto valor límite, para evitar el efecto cordel o “roping effect” (Sepúlveda, 1986).

- Capacidad volumétrica:

$$Q=A_0(P)^{A_1}(VF)^{A_2}(100-PSF)^{A_3} \quad (2.2)$$

Donde:

Q = Caudal volumétrico de pulpa alimentada al hidrociclón ( $m^3/h$ ).

P = Presión de alimentación al hidrociclón (psi).

VF = Diámetro del vortex finder (abertura rebalse) (pulg).

PSF = % sólidos en peso de la alimentación al hidrociclón.

$A_0, A_1, A_2, A_3$  = Constantes típicas para el sistema mineral/hidrociclón utilizado.

Los valores de  $A_1, A_2$  y  $A_3$  obtenidos por Lynch-Rao para hidrociclones industriales, son:

$$A_1 = 0,5$$

$$A_2 = 1,0$$

$$A_3 = 0,125$$

La constante  $A_0$ , dependerá de la combinación mineral/hidrociclón, debiendo ser determinada empíricamente para cada tipo de mineral ensayado.

➤ Ecuación de distribución del agua:

$$\boxed{WOF=B_0+B_1(WF)+B_2(SPIG)} \quad (2.3)$$

Donde:

WOF = Flujo másico de agua en el rebalse (TPH).

WF = Flujo másico de agua en la alimentación (TPH).

SPIG = Diámetro del ápex (abertura de descarga o Spigot) (pilg)

$B_0, B_1, B_2$  = Constantes típicas para el sistema mineral/hidrociclón utilizado.

Los valores de  $B_1$  y  $B_2$  obtenidos por Lynch-Rao para hidrociclones industriales, son:

$$B_1 = 1,1$$

$$B_2 = -10,0$$

La constante  $B_0$ , dependerá de la combinación mineral/hidrociclón, debiendo ser determinada empíricamente para cada tipo de mineral ensayado.

➤ Ecuación de  $d_{50}$  corregido:

$$\ln d_{50}(\text{corr}) = C_0 + C_1(\text{VF}) + C_2(\text{SPIG}) + C_3(\text{P}) + C_4(\text{WOF}) \quad (2.4)$$

Donde:

$d_{50}(\text{corr})$  = Tamaño de partirlas en micrones, correspondiente al material clasificado que tiene la misma probabilidad de aparecer en el rebalse o en la descarga del hidrociclón.

$C_0, C_1, C_2, C_3, C_4$  = Constantes típicas para el sistema mineral/hidrociclón utilizado.

Los valores de  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$ , determinados por Lynch-Rao, para hidrociclones industriales (donde VF y SPIG son expresados en pulg, P en psig y WOF en TPH), están dadas por:

$$C_1 = 1/2,6 = 0,3846$$

$$C_2 = -1/3,5 = -0,2857$$

$$C_3 = 1/10,7 = 0,0935$$

$$C_4 = -1/52 = -0,0192$$

La constante  $C_0$ , dependerá de la combinación mineral/hidrociclón, debiendo ser determinada empíricamente para cada tipo de mineral ensayado.

➤ Ecuación para curva de eficiencia reducida:

Lynch y Rao determinaron empíricamente que la curva de eficiencia corregida puede ser expresada en función de la variable adimensional  $d/d_{50}(\text{corr})$ , a través de la siguiente fórmula:

$$Y_c = \frac{\exp(\alpha \cdot d / d_{50(\text{corr})}) - 1}{\exp(\alpha \cdot d / d_{50(\text{corr})}) + \exp(\alpha) - 2} \quad (2.5)$$

Donde:

$\alpha$  = Parámetro característico del mineral siendo clasificado.

$d$  = Tamaño de partículas, micrones.

$d_{50(\text{corr})}$  = Valor  $d_{50}$  corregido, micrones.

$Y_c$  = Eficiencia corregida para partículas de tamaño.

#### 2.4.1.2. Modelo L. R. Plitt

L. R. Plitt desarrollo en 1976 un modelo matemático de estructura similar al modelo de Lynch-Rao, pero con algunas diferencias importantes. En general, los mecanismos de clasificación y de by-pass se igualan a los de Lynch-Rao. Sin embargo, el principio de constancia de la curva de eficiencia reducida es argumentado, de igual forma que la dependencia de partición del agua en términos exclusivos del diámetro del ápex y del flujo másico de agua en la alimentación. Esto es, de acuerdo con el modelo de Lynch-Rao (Sepúlveda, 1986).

$$B_p = \frac{WUF}{WF} = \frac{(WF - WOF)}{WF} = 1 - \frac{WOF}{WF} \quad (2.6)$$

De acuerdo a la ecuación 2.6:

$$\frac{WOF}{WF} = \frac{B_0}{WF} + B_1 + B_2 \left( \frac{SPIG}{WF} \right) \quad (2.7)$$

Donde:

WUF = TPH de agua en la descarga del hidrociclón.

Luego:

$$B_p = 1 - B_1 - \frac{B_0}{WF} - B_2 \left( \frac{SPIG}{WF} \right) \quad (2.8)$$

O sea:

$$B_p = f(SPIG, EF, B_0, B_1, B_2) \quad (2.9)$$

Tal como se discutía anteriormente para el modelo de Lynch-Rao.

➤ Curva de eficiencia corregida:

Plitt adopto la siguiente ecuación:

$$Y_c = 1 - \exp[-\ln a(d/d_{50(\text{corr})})^m] \quad (2.10)$$

Para representar la curva de eficiencia de hidrociclones. Basándose en sus resultados empíricos y efectuando un detallado análisis estadístico, Plitt concluyo que su ecuación ajustaba con igual precisión a los valores experimentales, comparada con el modelo de Lynch-Rao.

Las restricciones más importantes a ser cumplidas por la ecuación (2.10) son:

Para  $d/d_{50(\text{corr})} = 0.5$ ;  $Y_c = 0.5$

Para  $d=0$ , entonces  $Y_c=0$

Para  $d \rightarrow \infty$ , entonces  $Y_c=1$

Luego:

$$0.5 = 1 - \exp(-\ln a) \quad (2.11)$$

O sea:  $a = 2$ , reemplazando este valor en la ecuación (2.10), se obtiene finalmente:

$$Y_c = 1 - \exp[-\ln 2 (d/d_{50(\text{corr})})^m] \quad (2.12)$$

O su forma equivalente:

$$Y_c = 1 - \exp[-0,69315 (d/d_{50(\text{corr})})^m] \quad (2.13)$$

La ecuación (2.13) indica que la curva de clasificación corregida puede ser representada apropiadamente por una expresión matemática del tipo Rosin-Rammbler. El valor del parámetro “ $m$ ” constituye una medida directa de la eficiencia global de clasificación: de esta forma, si  $m > 3$ , tendremos el caso de una clasificación nítida de las partículas gruesas y finas en los flujos de descarga y rebalse del hidrociclón, respectivamente. Valores de  $m < 2$  indicaran una separación relativamente pobre entre partículas gruesas y finas, y así sucesivamente.

La ecuación de eficiencia corregida (2.5) propuesta por Lynch-Rao utiliza el parámetro “ $\alpha$ ” para medir la eficiencia global de clasificación (Sharpness of classification), en forma análoga al parámetro “ $m$ ” propuesto por Plitt.

La ecuación (2.13) puede ser linealizada, de la siguiente manera:

$$\underbrace{\ln \ln \left[ \frac{1}{1-Y_c} \right]}_Y = \underbrace{[\ln \ln 2 - m \cdot \ln d_{50(\text{corr})}]}_{B_0} + \underbrace{m[\ln d]}_{B_1 x} \quad (2.14)$$

Por lo tanto:

$m = B_1 =$  pendiente de la recta ajustada.

$d_{50(\text{corr})} = \exp[(\ln \ln 2 - B_0)/m] \exp[(-0,36651 - B_0)/B_1] =$  punto correspondiente a la relación:  $2 = 1/(1 - Y_c)$ .

La correlación aproximada existente entre los parámetros  $m$  y  $\alpha$  está dada por:

$$m \approx 0,72135 \cdot \frac{\alpha}{(1-\exp(-\alpha))} \quad (2.15)$$

La cual a su vez puede ser aproximada por las siguientes expresiones:

$$m \approx 0,72135 + 0,43956 \cdot (\alpha)^{0,8641}; \text{ para } 0 \leq \alpha \leq 4,2 \quad (2.16)$$

$$m \approx 0,72135 \cdot \alpha; \text{ para } \alpha \geq 4,2 \quad (2.17)$$

O bien:

$$\alpha \approx 2,03454 \cdot [m - 0,72135]^{0,8641}; \text{ para } m < 3,1 \quad (2.18)$$

$$\alpha \approx 1,38629 \cdot m; \text{ para } m \geq 3,1 \quad (2.19)$$

Las ecuaciones (2.15) a (2.19) permiten correlacionar, entonces las ecuaciones de eficiencia para ambos modelos propuestos (Lynch-Rao y Plitt).

➤ Ecuación de  $d_{50}$  corregido:

La ecuación de  $d_{50(\text{corr})}$  utilizada por Plitt es del tipo:

$$d_{50(\text{corr})} = \frac{A_0 \cdot D_C^{A_1} \cdot D_I^{A_2} \cdot D_0^{A_3} \cdot \exp(A_4 \cdot S_V)}{D_U^{A_5} \cdot n^{A_6} \cdot Q^{A_7} \cdot (\rho_s - \rho_t)^{A_8}} \quad (2.20)$$

Donde:

$d_{50(\text{corr})}$  = Valor  $d_{50}$  corregido en micrones.

$D_c$  = Diámetro interno del ciclón, medido en la parte inferior del vortex.

$D_i$  = Diámetro interno de la abertura de alimentación al hidrociclón, o bien  $(4A/\pi)^{0,5}$ , para entradas no circulares (pulgadas).

$A_i$  = Área de la sección transversal de entrada al hidrociclón (pulg<sup>2</sup>).

$D_0$  = Diámetro interno de la abertura de reblase, o vortex finder del hidrociclón (pulg.).

$S_v$  = % Volumétrico de pulpa alimentada al hidrociclón (%).

$D_u$  = Diámetro interno de la abertura de descarga (ápex) del hidrociclón (pulg.).

$h$  = “Free Vortex Height” del hidrociclón, definida como la distancia entre la parte inferior del vortex finder y la parte superior del ápex (orificio de descarga); (pulg.)

$Q$  = Flujo volumétrico de pulpa alimentado al hidrociclón (pie<sup>3</sup>/min).

$\rho_s - \rho_t$  = Densidades del sólido y líquido respectivamente (gr/cm<sup>3</sup>).

$A_1, A_2, \dots, A_8$  = Constantes del modelo ajustado (función del material y del equipo), debiendo ser determinadas experimentalmente para cada tipo de material e hidrociclón utilizados. A falta de dicha información experimental, Plitt propone utilizar los siguientes valores:

$$A_0 = 35$$

$$A_1 = 0,46$$

$$A_2 = 0,6$$

$$A_3 = 1,21$$

$$A_4 = 0,063$$

$$A_5 = 0,71$$

$$A_6 = 0,38$$

$$A_7 = 0,45$$

$$A_8 = 0,5$$

➤ Ecuación del parámetro “m” (Sharpness of Separation):

Plitt propone también la siguiente ecuación para calcular el parámetro “m” en función de las variables de diseño y d operación del hidrociclón:

$$\ln m = K_0 + K_1(1 - R_v) + K_2 \ln(D_c^2 h / Q) \quad (2.21)$$

Donde:

$$R_v = \frac{Q_u}{Q} = \frac{S}{1+S} \quad (2.22)$$

S = Distribución de caudales volumétricos (flow Split) del rebalse y descarga del hidrociclón.

Q, Q<sub>0</sub>, Q<sub>u</sub> = Flujos volumétricos de pulpa de alimentación, rebalse y descarga del hidrociclón, respectivamente (pie<sup>3</sup>/min).

K<sub>0</sub>, K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub> = Constantes del modelo ajustado (función del material y del equipo). Los valores propuestos por Plitt son: K<sub>0</sub> = -1; K<sub>1</sub> = 1,58; K<sub>2</sub> = 0,15.

➤ Ecuación de distribución de caudales volumétricos de rebalse y descarga (Flow Splitt):

$$S = \frac{B_0 \cdot (D_U / D_0)^{B_1} \cdot H^{B_2} \cdot (D_u^2 + D_0^2)^{B_3} \cdot \exp(B_4 \cdot S_v)}{H^{B_5} \cdot D_c^{B_6}} \quad (2.23)$$

Donde:

H = Presión estática de la pulpa alimentada, en pies = 2,31P/ρ

P = Presión de alimentación (psig).

ρ = Densidad de la pulpa de alimentación (g/cm<sup>3</sup>).

B<sub>0</sub>, ..., B<sub>6</sub> = Constantes del modelo ajustado (función del material y del equipo), debiendo ser determinadas experimentalmente para cada tipo de material e hidrociclón, a falta de dicha información, Plitt propone utilizar los siguientes valores:

$$B_0 = 2,9$$

$$B_1 = 3,31$$

$$B_2 = 0,54$$

$$B_3 = 0,36$$

$$B_4 = 0,0054$$

$$B_5 = 0,24$$

$$B_6 = 1,11$$

Además:

$$S = \text{Flow Splitt} = Q_u/Q_0$$

$$Q = Q_o + Q_u$$

Con los valores de  $m$  y  $d_{50(\text{corr})}$ , calculados según las ecuaciones (2.21) y (2.20) respectivamente, podrá determinarse fácilmente la curva de eficiencia corregida, de acuerdo al modelo de Plitt, la eficiencia real o curva de clasificación real podrá ser entonces obtenida a través de las siguientes etapas de cálculo:

Se debe calcular primeramente el By-pass:

$$B_p = (R_v - R_s \cdot \phi) / (1 - \phi) \quad (2.24)$$

Donde:

$B_p$  = Fracción en peso de agua de alimentación, que aparece en la descarga del hidrociclón (°/1).

$$R_v = Q_u/Q_0 = S/(1+S)$$

$R_s = MS_u/MS_f$  = Fracción en peso de sólidos de la alimentación, que aparece en la descarga del hidrociclón (°/1)

$MS_u$  = TPH de sólidos en el flujo de descarga del hidrociclón.

$MS_f$  = TPH de sólidos en el flujo de alimentación del hidrociclón.

$\Phi = S_v/100$  = Fracción volumétrica de sólidos e la pulpa alimentada al hidrociclón (°/1).

La partición de agua en la descarga no está correlacionada explícitamente con los variables de operación, como en el modelo de Lynch-Rao, no obstante, el valor de  $B_p$  podrá ser calculado en función de  $R_v$ ,  $R_s$  y  $S_v$ . El valor de  $S_v$ , es un dato conocido; el valor de  $R_v$ , está relacionado con las variables de operación a través de la ecuación (2.23) y el valor de  $R_s$ , podrá ser calculado de la siguiente manera:

$$\boxed{R_s = MS_u / MS_f} \quad (2.25)$$

Para cada rango granulométrico tendremos:

$$\boxed{Y_f = \frac{(MS_u \cdot u_i)}{(MS_f \cdot f_i)}} = \text{Partición real para } i\text{-ésima fracción granulométrica} = R_s = \frac{u_i}{f_i} \quad (2.26)$$

Donde las letras (y/o subíndices)  $f$ ,  $u$ , o se refieren a la alimentación, descarga y rebalse del hidrociclón, respectivamente ( $u_i$  = fracción en peso de material retenido sobre la  $i$ -ésima malla, en la descarga, etc.,...).

Reordenando la ecuación (2.26) y sumando para todas las fracciones granulométricas obtendremos:

$$\boxed{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot f_i = R_s \cdot \sum_{i=1}^n U_i = R_s} \quad (2.27)$$

De esta manera:

$$\boxed{R_s = \sum Y_i f_i = \sum f_i [Y_{ci} (1 - B_p) + B_p]} = (1 - B_p) \sum f_i \cdot Y_{ci} + B_p \sum f_i \quad (2.28)$$

Finalmente:

$$\boxed{R_s = (1 - B_p) \cdot R_{sc} + B_p} \quad (2.29)$$

Donde:

$$R_s = \sum f_i Y_{ci} = \text{Partición corregida global de sólidos} \quad (2.30)$$

Substituyendo la ecuación (2.30) en la ecuación (2.24):

$$B_p = \frac{R_v - [(1 - B_p)R_s + B_p] \cdot \phi}{1 - \phi} \quad (2.31)$$

Despejando  $B_p$  de la ecuación anterior:

$$B_p = \frac{R_v - R_{sc} \cdot \phi}{1 - R_{sc} \cdot \phi} \quad (2.32)$$

Con el Bypass y la partición corregida será posible calcular la partición real de sólidos y de agua, conduciendo a una definición completa de los productos de rebalse y descarga del hidrociclón.

➤ Ecuación “Presión v/s Capacidad”:

Plitt encontró la siguiente expresión matemática para correlacionar los datos de presión vs capacidad del hidrociclón:

$$P = \frac{C_0 \cdot Q^{c1} \cdot \exp(C_2 \cdot S_v)}{D_c^{c3} \cdot D_i^{c4} \cdot h^{c5} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^6} \quad (2.33)$$

O bien:

$$Q = E_0 \cdot P^{E1} \cdot D_c^{E2} \cdot D_i^{E3} \cdot h^{E4} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^{E5} \cdot \exp(-E_6 \cdot S_v) \quad (2.34)$$

Unidades:

$P = \text{psi}$ .

$Q = \text{Pie}^3/\text{min}$ .

$D_c, D_o, D_u, D_i, h = \text{pulgadas}$ .

$S_v = \text{Porcentaje}$ .

Plitt propone utilizar los siguientes valores de constantes:

$C_0 = 4,7; E_0 = 0,21$

$C_1 = 1,78; E_1 = 0,56$

$C_2 = 0,0055; E_2 = 0,21$

$C_3 = 0,37; E_3 = 0,53$

$C_4 = 0,94; E_4 = 0,16$

$C_5 = 0,28; E_5 = 0,49$

$C_6 = 0,86; E_6 = 0,0031$

#### **2.4.1.3. Modelo K. Nageswararao**

Realizo estudios con el fin de corroborar la invariancia de la curva de eficiencia reducida y la variabilidad del índice de agudeza de clasificación en su comprensión de operación de los hidrociclones. Evaluó los modelos Lynch-Rao y Plitt detalladamente, comparando las predicciones de la curva de eficiencia reducida, de dichos modelos en distintas condiciones. Dando mejores resultados el modelo de Plitt, pese a ello Nageswararao propone una modificación a dicho modelo, específicamente al valor del parámetro “m” utilizado en la ecuación (2.12), evaluando un mínimo de 5 set de datos con el fin de obtener distintos valores de “m” para cada set, y así calcular la media geométrica entre el valor mínimo y máximo de dicho parámetro, como lo muestra la ecuación (2.34). Esta modificación genero mejores predicciones de la curva de eficiencia reducida, la cual es válida con el resto de ecuaciones propuestas por el modelo de Plitt (ver Figura 2.9) (Nageswararao, 1998).

$$m = \sqrt{m_1 \cdot m_2} \quad (2.35)$$

Donde:

$m_1$  = valor máximo del parámetro “m”.

$m_2$  = valor mínimo del parámetro “m”.

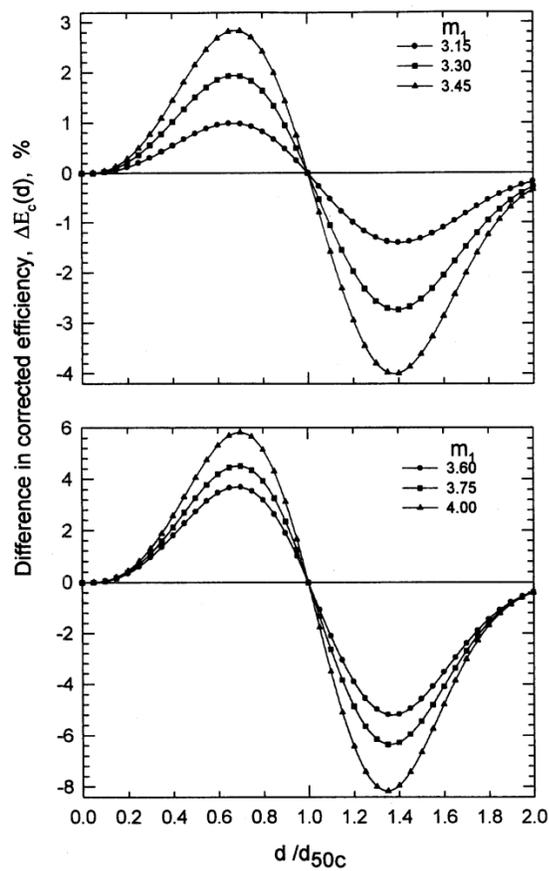


Figura 2.12 Diferencia en predicción de eficiencia corregida utilizando  $m_2=3$  para todos los casos

## 2.5. Ajuste de balance de masas

En general los balances de masas calculados a partir de información obtenida de muestreos no ajustan, sin embargo, para evaluar y/u optimizar un equipo, un circuito o una planta se requiere de un balance de masas ajustado.

Para ajustar un balance de masas se aplica la técnica de los Multiplicadores de Lagrange, esta técnica consiste en minimizar una función objetivo sujeta a que se cumplan las ecuaciones de balance de masa.

La función objetivo se forma sumando las diferencias cuadráticas relativas entre los flujos máxicos de sólidos medidos o sin ajustar y los flujos máxicos sólidos ajustados multiplicados por el factor de peso, como se muestra en la ecuación 2.36:

$$F.O = \sum_{i=1}^m W_i (F_i - \hat{F}_i)^2 \quad (2.36)$$

Sujeta a restricciones de balance n nodos, tal que:

$$\sum_{i=1}^m K_{ij} \hat{F}_i \quad \text{Para } j = 1, 2, 3 \dots, n \quad (2.37)$$

Donde:

n= Número de nodos

m= Número de variables independientes

$F_i$ = Valores experimentales del flujo i

$\hat{F}_i$ = Valor ajustado del flujo i

$K_{ij}$ = Coeficiente de la j-ésima restricción en el flujo i

El factor peso, como se presenta en la función objetivo, es inversamente proporcional al error o varianza de los datos:

$$W_i = \frac{1}{S_i^2} \quad (2.38)$$

Donde:

$W_i$ = Factor peso/ponderador de la variable “i”

$S_i^2$ = Varianza o error de muestreo asociado a la variable “i”

Para la resolución del sistema lineal de la ecuación 2.36, como se ha mencionado anteriormente, se utiliza los multiplicadores de Lagrange. Esto permite definir una nueva función objetivo, considerando la función original más la suma de las restricciones sujetas multiplicadas por el factor lambda ( $\lambda$ ), denotándose como multiplicador de Lagrange. La cantidad de multiplicadores de Lagrange dependerá del número de restricciones a considerar en el sistema.

En la función obtenida con los factores de Lagrange, se debe minimizar la función  $\phi$ , la cual queda expresada:

$$\phi(\hat{F}_1, \hat{F}_2, \dots; \hat{F}_m, \lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_n) = \sum_{i=1}^m W_i (F_i - \hat{F}_i)^2 + \sum_{j=1}^n \lambda'_j \sum_{i=1}^m K_{ij} \hat{F}_i \quad (2.39)$$

Para que la condición de la ecuación  $\phi$  sea mínimo, todas las primeras derivadas parciales de la función deben ser nulas:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{F}_i} = 0 \quad \text{Para } i = 1, 2, 3 \dots, m \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \lambda'_j} = 0 \quad \text{Para } j = 1, 2, 3 \dots, m \quad (2.41)$$

Es decir:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{F}_i} = -2 \sum_{i=1}^m W_i (F_i - \hat{F}_i) + \sum_{j=1}^n \lambda'_j \sum_{i=1}^m K_{ij} \hat{F}_i \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \lambda'_j} = \sum_{i=1}^m K_{ij} \hat{F}_i = 0 \quad (2.43)$$

Para que se pueda resolver la ecuación de una manera más simple, es posible adaptar la ecuación 2.42, resultando:

$$2 \sum_{i=1}^m W_i \hat{F}_i + \sum_{j=1}^n \lambda_j' \sum_{i=1}^m K_{ij} = 2 \sum_{i=1}^m W_i F_i \quad (2.44)$$

Simplificando por dos la ecuación 2.44 y reemplazando una nueva variable, siendo  $\lambda = \frac{\lambda'}{2}$ , resulta la siguiente ecuación matricial:

$$A \cdot B = C \quad (2.45)$$

Donde las dimensiones de las matrices son:

$$A = (m+n) \cdot (m+n)$$

$$B = (m+n) \cdot 1$$

$$C = (m+n) \cdot 1$$

Obteniendo una matriz según la ecuación:

$$\begin{bmatrix} W_{m \cdot m} & K_{m \cdot n}^t \\ K_{n \cdot m} & \phi_{n \cdot m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{F}_{m \cdot 1} \\ \lambda_{n \cdot 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W F_{m \cdot 1} \\ \phi_{n \cdot 1} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

El vector  $\begin{bmatrix} \hat{F}_{m \cdot 1} \\ \lambda_{n \cdot 1} \end{bmatrix}$ , que es la incógnita, se puede obtener directamente invirtiendo la matriz del primer término de la ecuación 2.46:

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_{m \cdot 1} \\ \lambda_{n \cdot 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{m \cdot m} & K_{m \cdot n}^t \\ K_{n \cdot m} & \phi_{n \cdot m} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} W F_{m \cdot 1} \\ \phi_{n \cdot 1} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

## 2.6. Visual basic

Es un lenguaje de programación desarrollado por Microsoft, el cual agiliza y simplifica la creación de aplicaciones con seguridad. Esto permite mediante distintas codificaciones crear programas, rutinas, subrutinas, formularios, módulos, etc. que pueden contener cálculos ingresados manualmente o preestablecidos, que permiten simplificar el estudio de distintas áreas de la ingeniería (Microsoft, 2023).

### **3. CAPÍTULO III. Metodología experimental**

#### **3.1. Materiales y equipos**

Para este trabajo de investigación se utilizó 125 kg de mineral de cuarzo 100% - #35, desde compósitos de underflow y overflow guardados como rechazos en IDICTEC - UDA, ubicado en la ciudad de Copiapó, Región de Atacama.

Para las pruebas de clasificación, se usaron las dependencias de los distintos laboratorios del Departamento de Ingeniería en Metalurgia de la Universidad de Atacama, ubicado en la ciudad de Copiapó, Región de atacama. Para dichas pruebas se utilizó una planta piloto de hidrociclones marca ERAL, modelo PCL 4/5, las muestras usadas para las pruebas de clasificación y su caracterización física fueron homogenizadas y divididas por la técnica de cono y cuarteo. La determinación de la gravedad específica fue realizada con el método del picnómetro mediante un picnómetro Gay-Lussac. El análisis granulométrico se realizó en un equipo analizador de partículas laser Malvern Mastersizer 2000, finalmente para la evaluación de los distintos modelos matemáticos mencionados en este trabajo de investigación, se utilizó un simulador creado a través de Visual Basic con los datos experimentales obtenidos en este trabajo.

#### **3.2. Preparación de la muestra**

La muestra de 125 kg de cuarzo 100% - #35, fue homogenizada y dividida mediante la técnica de cono y cuarteo repitiendo 20 veces cada punta de la lona utilizada, replicando el proceso hasta obtener una muestra de 17 kg. Posteriormente se utilizó la misma técnica hasta obtener muestras de 6 kg, 3,3 kg, 3,5 kg y 3,8 Kg para las pruebas de clasificación y una muestra de 400 gr para pruebas de medición de gravedad específica.

### **3.3. Caracterización de la muestra**

#### **3.3.1. Determinación de gravedad específica por método de picnómetro**

El método del picnómetro es una técnica de alta precisión que sirve para medir la gravedad específica de un sólido o líquido de interés, sin embargo, el proceso debe ser realizado de manera rigurosa para evitar variaciones debido a la sensibilidad del método.

Se utilizó un picnómetro Gay-Lussac, donde se comenzó con la limpieza del mismo, se enjuago con agua destilada y se secó con papel para quitar el exceso, luego se vuelve a enjuagar pero con alcohol y se deja secar a temperatura ambiente hasta que el alcohol se evapore y el picnómetro quede totalmente seco.

Para la medición se utilizó la muestra de 400 g de mineral, una balanza de precisión y un limpiador de ultrasonido. Se realizaron 3 pruebas en duplicado, donde en cada una ellas se llevaron a cabo los siguientes pasos (Cromtek, 2020):

1. Se pesa el picnómetro con tapa totalmente seco (B).
2. Se agrega mineral de cuarzo de la muestra de 400 g al picnómetro hasta llegar a  $\frac{1}{4}$  de su volumen, se tapa y se pesa (M).
3. Se agrega al picnómetro que contiene el mineral de interés, agua destilada hasta llegar a  $\frac{3}{4}$  de su volumen, luego se ingresa el picnómetro sin tapa al limpiador de ultrasonido hasta que se eliminen por completo las burbujas de aire que puedan haber quedado en su interior.
4. Una vez el picnómetro sin burbujas de aire, se enraza con agua destilada y se tapa hasta que aparezca una gota de agua por el capilar ubicado en la tapa del picnómetro, luego se pesa (P).
5. Se desecha el mineral con agua destilada en el picnómetro, se limpia el picnómetro, finalmente se llena con agua destilada y se tapa hasta que aparezca una gota por el capilar ubicado en la tapa del picnómetro, luego se pesa (A).

Una vez completado los pasos anteriores, utilizando la ecuación (3.1), se calcula la gravedad específica del mineral de cuarzo (ver Anexo B).

$$P_{\text{REAL}} = \frac{M-B}{A+M-B-P} [\text{g/cc}] \quad (3.1)$$

Donde:

M = Peso del picnómetro con mineral y tapa.

B = Peso del picnómetro con tapa.

P = Peso del picnómetro con mineral, agua destilada y tapa.

A = Peso del picnómetro con agua destilada y tapa.

### 3.4. Pruebas de clasificación

#### 3.4.1. Planta piloto

Para realizar las pruebas de clasificación, se utilizó una planta piloto de hidrociclones marca ERAL, modelo PCL 4/5 (ver Figura 3.1), perteneciente al laboratorio de preparación mecánica del departamento de Ingeniería en metalurgia de la Universidad de Atacama.



Figura 3.1 Planta piloto marca ERAL, modelo PCL 4/5

La planta piloto está constituida por los siguientes componentes (ver Anexo F):

- Bomba ULMAX U-1,5/1 B-WXR, con soporte motor CV y protector de correas.  
Nº Serie: 20112055
- Motor ABB M2QA100-L4B, 3 kW, 380 V, 50 Hz, 1500 rpm,  
Nº Serie: 3GC11500477740019057
- 01 Hidrociclón PP004080 V
- 02 Válvula de Bola Bronce Cromado 2" NPT de 3 Vías.
- 02 Válvula de Bola Bronce Cromado 2" NPT de 3 Vías.
- 01 Válvula de Bola Bronce Cromado 1" NPT
- 02 Válvula de Bola Bronce Cromado 3/4" NPT
- 01 Válvula de Bola Inoxidable 1" NPT
- 02 m Manguera 1" c/ 2 Abrazaderas Tipo Z (32-35mm)
- 04 m Manguera 2" c/ 2 Abrazaderas Tipo H (56-59mm)
- Manómetro 0-2,5 Bar, Ø 75 mm (2.5"), conexión inferior 1/2" NPT
- Variador de Frecuencia Telemecanique ATV71 (Incluido en Armario Electrico)
- Armario Eléctrico de operación y control.

En la planta piloto se debe destacar, que se utilizó un hidrociclón modelo PP004080 V (ver Figura 3.2) (ver Tabla 3.1), el cual tiene las siguientes características (ver Anexo E):



Figura 3.2 Hidrociclón PP004080 V

Tabla 3.1 Dimensiones hidrociclón PP004080 V

PP04080 V	
Pieza	Medidas
Tobera de rebose ZG 2C	Ø 10 mm interior
Entrada tangencial ZH 1 B	Tobera de alimentación de sección 3 x 16 mm
Cuerpo Cónico Final ZH 3 L	Ø 10 mm interior
Boquilla (ápex) ZG 94B	Ø 7 mm interior
Boquilla (ápex) ZG 94D	Ø 5 mm interior
Boquilla (ápex) ZG 94C	Ø 6 mm interior

#### 3.4.2. Procedimiento de operación

1. Se revisa el hidrociclón PP004080 V y se verifica que el ápex instalado sea el que se quiere utilizar, de lo contrario se debe cambiar.
2. Se acondiciona la pulpa en el estanque de recepción de pulpa, para ello se agrega agua hasta cubrir las aspas del agitador y se enciende para poner en agitación el agua, luego se agrega la muestra mineral y se rellena con agua hasta completar 56 L de volumen, lo que corresponde a la parte piramidal del estanque de recepción, donde se dejara en agitación durante 5 min para asegurar la homogenización de la pulpa.
3. Se procede a encender la planta piloto, para ello utilizando el panel eléctrico se pone en servicio la planta, la cual por defecto comenzara el movimiento de la bomba en 15 Hz frecuencia.
4. Utilizando el variador de frecuencia de la bomba ubicado en el panel eléctrico, se procede a regular la frecuencia a utilizar hasta que se aprecie visualmente que el hidrociclón está clasificando, luego se deja en la condición seleccionada por 5 min hasta que el circuito alcance el estado estacionario.
5. Alcanzado el estado estacionario se registra la presión de alimentación que indica el manómetro.
6. Se realiza el muestreo para el análisis de distribución granulométrica de los flujos overflow y underflow utilizando un cortador de muestra de pulpa, luego con ayuda de

una piseta se retira la muestra del cortador y se deposita en un vaso precipitado de 100 ml.

7. Se realiza el muestreo para la determinación de porcentaje de sólidos de los flujos overflow y underflow, recuperando 300 ml de pulpa para cada flujo en un vaso precipitado de 500 ml.
8. Se miden y registran los caudales de los flujos overflow y underflow, tomando el tiempo de llenado de una probeta de 2000 ml para cada flujo.
9. completado los pasos anteriores, se procede a la detención de la planta piloto, disminuyendo gradualmente la frecuencia de la bomba hasta llegar a 15 Hz, luego se detiene el agitador en el estanque de recepción de pulpa y finalmente se desenergiza la planta.

#### **3.4.3. Condiciones operacionales**

Se procedió a establecer las condiciones de operación del hidrociclón, donde se utilizó mineral de cuarzo 100 % - #35 y se probaron porcentajes de sólidos de alimentación de 10, 15, 20 y 25 %, para cada ápex de 5, 6 y 7 mm respectivamente, con un barrido de frecuencias de operación de la bomba de 25, 30, 35 y 40 Hz. Dando como resultado visual una operación normal, en todos los valores de porcentajes de sólidos y frecuencias mencionadas para el ápex de 7 mm, a diferencia de los ápex 5 y 6 mm que no se observó dicha operación. Luego se calculó la cantidad de muestra a utilizar (ver Anexo A) para satisfacer las siguientes condiciones:

- Ápex: 7 mm
- Porcentaje de sólidos de alimentación: 10, 15, 20 y 25 %
- Frecuencia de bomba: 25, 30, 35 y 40 Hz

### 3.4.4. Pruebas

Utilizando el procedimiento de operación de la planta piloto y las condiciones operacionales ya mencionadas, se realizó un barrido de 16 pruebas (ver Tabla 3.1), desde las cuales se obtuvieron 32 muestras (ver Tabla 3.2).

Tabla 3.2 Número de pruebas

Pruebas				
Porcentaje de solidos (%)	10	15	20	25
Ápex (mm)	7	7	7	7
Frecuencia (Hz)				
25	P1	P5	P9	P13
30	P2	P6	P10	P14
35	P3	P7	P11	P15
40	P4	P8	P12	P16

Tabla 3.3 Número de muestras

Muestras					
Porcentaje de Solidos (%)		10	15	20	25
Ápex (mm)		7	7	7	7
Frecuencia (Hz)	Flujo				
25	Overflow	M1	M9	M17	M25
	Underflow	M2	M10	M18	M26
30	Overflow	M3	M11	M19	M27
	Underflow	M4	M12	M20	M28

35	Overflow	M5	M13	M21	M29
	Underflow	M6	M14	M22	M30
40	Overflow	M7	M15	M23	M31
	Underflow	M8	M16	M24	M32

Para cada prueba se registró la presión de alimentación y el caudal de los flujos overflow y underflow (ver Anexo C), luego una vez obtenidas las muestras, para cada una de ellas se determinó:

#### 3.4.4.1. Porcentaje de sólidos

Se registró el volumen y peso de pulpa desde el vaso precipitado de 500 ml, luego se esperó por 30 min la sedimentación de la pulpa para extraer la mayor cantidad de agua posible, se secó la muestra en un horno a 90 °C y se registró el peso del solido seco (ver Anexo D).

#### 3.4.4.2. Análisis granulométrico

Las mediciones de la distribución granulométrica de las muestras de overflow y underflow se realizaron en un equipo analizador de partículas laser Malvern Mastersizer 2000 (ver Figura 3.3). El cual es capaz de distinguir los volúmenes de cada partícula a través de la difracción de un haz de luz que atraviesa la muestra.

Se encendió el equipo y se dejó en ese estado por 20 minutos para su estabilización. Luego se registró en el software mastersizer 2000 el índice de refracción y gravedad específica del mineral de cuarzo con los datos de registro de la muestra, se ingresó dicha muestra al porta muestra con ayuda de una piseta de punta fina con agua desmineralizada, dejando la muestra en agitación durante 5 minutos a 3500 rpm para asegurar la dispersión de las partículas de mineral. Terminado lo anterior, se procede a analizar la muestra con el equipo, dando como resultados las curvas de distribución granulométrica.



Figura 3.3 Equipo de análisis de partículas marca Malvern

### 3.5. Ajuste balance de masas

Los balances de masa calculados a partir de la información obtenida de un muestreo no ajustan, es decir los flujos másicos de entrada a un equipo, a un circuito o la planta no son iguales a los flujos másicos de salida, debido a errores de medición, colecta y preparación de muestras, y a variaciones en el flujo de alimentación a la planta.

Para poder obtener balance de masa ajustado, se debe disponer flujos másicos medidos sin errores de muestreo y además la planta tiene que estar operando en estado estacionario (equilibrio), lo cual es difícil que ocurra en la práctica. En el mejor caso la planta oscila en torno a un punto de equilibrio debido a variaciones en la alimentación y a la variabilidad propia de los sistemas de control, lo cual genera “errores” en las mediciones. Por lo tanto, siempre va ser necesario ajustar el balance de masa.

Por ejemplo, en el hidrociclón el balance de masa no ajusta, es decir, el flujo másico de alimentación no es igual a la suma de los flujos másicos de descarga y rebalse. Esto ocurre tanto para los flujos másicos de sólidos, flujos másicos de pulpa y flujos másicos de sólidos por tamaños o fracción granulométrica.

En general los balances de masas calculados a partir de información obtenida de muestreos no ajustan, sin embargo, para evaluar, optimizar o modelar una planta de procesamiento de minerales se requiere de un balance de masas ajustado.

Para ajustar un balance de masas se aplica la técnica de los Multiplicadores de Lagrange la que explicare a continuación, utilizando como ejemplo el ajuste de balance de masas de sólido seco, pulpa y sólidos secos por tamaño en un hidrociclón.

La metodología que explicare a continuación se aplica de la misma manera para un equipo individual, para un circuito de conminución o de concentración o para una planta completa.

Esta técnica consiste en minimizar una función objetivo sujeta a que se cumplan las ecuaciones de balance de masa.

La función objetivo, para ajustar el balance de masa de sólido seco en el hidrociclón, se forma sumando las diferencias cuadráticas relativas entre los flujos másicos de sólidos secos medidos o sin ajustar y los flujos másicos sólidos secos ajustados multiplicados por el factor de peso, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$FO = fp_1 \left( \frac{F_1 - \bar{F}_1}{F_1} \right)^2 + fp_2 \left( \frac{F_2 - \bar{F}_2}{F_2} \right)^2 + fp_3 \left( \frac{F_3 - \bar{F}_3}{F_3} \right)^2 = \sum_1^3 fp_i \left( \frac{F_i - \bar{F}_i}{F_i} \right)^2 \quad (3.2)$$

El factor de peso es igual al inverso de la varianza del error de muestreo o medición al cuadrado, por lo tanto, mientras menor sea el error de muestreo o medición, mayor va ser valor del factor de peso. Cuando no se dispone de información suficiente para determinar el error de muestro o medición y consecuentemente los factores de peso, una alternativa es asignarle el mismo factor peso a todos los flujos, en este caso se está asumiendo que todos los flujos tienen el mismo error de muestreo o medición, la otra alternativa es asignarles a todos o algunos flujos diferentes factores de peso, en este caso se le asignará un factor de peso más elevado al o los flujos con menor error de medición. Un flujo tiene menor error de medición cuando es obtenido por lectura directa de un instrumento bien calibrado o cuando la muestra fue bien colectada.

$$fp_1 = \frac{1}{\sigma_1^2} \quad (3.3)$$

$$fp_2 = \frac{1}{\sigma_2^2} \quad (3.4)$$

$$fp_3 = \frac{1}{\sigma_3^2} \quad (3.5)$$

La ecuación de balance de masa de sólidos secos que se debe cumplir en el hidrociclón es:

$$\bar{F}_1 - \bar{F}_2 - \bar{F}_3 = 0 \quad (3.6)$$

Luego se forma el Lagrangiano, sumándole a la función objetivo la ecuación de balance multiplicada por dos veces el multiplicador de Lagrange; el multiplicador de Lagrange se designa con la letra Lambda ( $\lambda$ ).

$$L = \sum_1^3 fp_i \left( \frac{F_i - \bar{F}_i}{F_i} \right)^2 + 2\lambda(\bar{F}_1 - \bar{F}_2 - \bar{F}_3) \quad (3.7)$$

$F_i$  = Flujo másico de sólidos medido (o sin ajustar) de alimentación, rebalse o descarga, t/h

$\bar{F}_i$  = Flujo másico de sólidos ajustado de alimentación, rebalse o descarga, t/h

$fp_i$  = Factor de peso correspondiente al flujo de alimentación, rebalse o descarga

$\lambda$  = Multiplicador de Lagrange

Los valores de los flujos másicos ajustados, obtenidos al aplicar la técnica de los Multiplicadores de Lagrange, debe ser lo más cercano posible a los valores de los flujos másicos medidos, esto se logra igualando a cero las derivadas parciales del Lagrangiano respecto de los flujos másicos ajustados y del Lagrangiano respecto al multiplicador de Lagrange.

Por lo tanto a continuación se debe calcular la derivada parcial del Lagrangiano respecto de los flujos másicos ajustados y la derivada parcial del Lagrangiano respecto al multiplicador de Lagrange, como se muestra a continuación.

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{F}_1} = -2fp_1 \left( \frac{F_1 - \bar{F}_1}{F_1^2} \right) + 2\lambda \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{F}_2} = -2fp_2 \left( \frac{F_2 - \bar{F}_2}{F_2^2} \right) - 2\lambda \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{F}_3} = -2fp_3 \left( \frac{F_3 - \bar{F}_3}{F_3^2} \right) - 2\lambda \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2(\bar{F}_1 - \bar{F}_2 - \bar{F}_3) \quad (3.11)$$

En el sector izquierdo del sistema de ecuaciones se muestran las ecuaciones que se obtienen al igualar las derivadas parciales a cero y en el sector derecho del sistema de ecuaciones se muestra el mismo sistema pero ordenada de manera tal que las variables cuyo valor es desconocido, o sea, los flujos másicos ajustado y el multiplicador de Lagrange se ubica en el miembro izquierdo del sistema de ecuaciones y los valores de las variables cuyo valor es conocido, o sea, los flujos másico sin ajustar o medidos y los factores de peso se ubican en el miembro derecho del sistema de ecuaciones.

El número de ecuaciones resultante es igual al número de flujos más el número de ecuaciones de balance. En el caso del ajuste de balance masa de sólidos secos en un hidrociclón el número de flujo es “tres” (alimentación, rebalse y descarga) y el número de ecuaciones de balance es “uno”, por lo tanto, el número de ecuaciones resultante es “cuatro” y como el número de incógnitas, también es cuatro y las ecuaciones son linealmente independiente, el sistema de ecuaciones tiene una única solución. Es importante recordar que un sistema de ecuaciones es linealmente independiente cuando ninguna de ellos puede ser escrita con una combinación lineal de las otras.

$$-2fp_1 \left( \frac{F_1 - \bar{F}_1}{F_1^2} \right) + 2\lambda = 0$$

$$fp_1 \cdot \bar{F}_1 + \lambda \cdot F_1^2 = fp_1 \cdot F_1$$

$$-2fp_2 \left( \frac{F_2 - \bar{F}_2}{F_2^2} \right) - 2\lambda = 0$$

$$fp_2 \cdot \bar{F}_2 - \lambda \cdot F_2^2 = fp_2 \cdot F_2$$

$$-2fp_3 \left( \frac{F_3 - \bar{F}_3}{F_3^2} \right) - 2\lambda = 0$$

$$fp_3 \cdot \bar{F}_3 - \lambda \cdot F_3^2 = fp_3 \cdot F_3$$

$$2(\bar{F}_1 - \bar{F}_2 - \bar{F}_3) = 0$$

$$(\bar{F}_1 - \bar{F}_2 - \bar{F}_3) = 0$$

En general, el número de ecuaciones de balance es igual al número de nodos, en el caso del hidrociclón, para el ajuste de los flujos másicos de sólidos, el número de nodos es “uno”, por lo tanto, el número de ecuaciones de balance es “uno”. Un nodo es un punto en un circuito de chancado, molienda, flotación o planta, donde entran y salen flujos.

Los valores de flujos másicos ajustados y el multiplicador de Lagrange,  $\lambda$ , se encuentran al resolver el sistema de ecuaciones. El sistema de ecuaciones lo resolveremos por el método de inversión de matrices.

$\begin{bmatrix} fp_1 & 0 & 0 & F_1^2 \\ 0 & fp_2 & 0 & -F_2^2 \\ 0 & 0 & fp_3 & -F_3^2 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \\ \bar{F}_3 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fp_1 \cdot F_1 \\ fp_2 \cdot F_2 \\ fp_3 \cdot F_3 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \\ \bar{F}_3 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fp_1 & 0 & 0 & F_1^2 \\ 0 & fp_2 & 0 & -F_2^2 \\ 0 & 0 & fp_3 & -F_3^2 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} fp_1 \cdot F_1 \\ fp_2 \cdot F_2 \\ fp_3 \cdot F_3 \\ 0 \end{bmatrix}$

Ajuste Flujos Másicos de Pulpa, para ajustar el balance de flujos másicos de pulpa se procede como se explica a continuación.

Paso N°1: Calcular los flujos másicos de pulpa sin ajustar, a partir de los flujos másicos de sólidos ajustados y los porcentajes de sólidos medidos.

$$P_1 = \frac{\bar{F}_1}{S_1}$$

$$P_2 = \frac{\bar{F}_2}{S_2}$$

$$P_3 = \frac{\bar{F}_3}{S_3}$$

Paso N°2: Ajustar flujos másicos de pulpa, aplicando la misma metodología utilizada para ajustar los flujos másicos de sólidos, es decir, se plantea la función objetivo y ecuación de balance, se forma el Lagrangiano y se calculan las derivadas parciales, luego las derivadas parciales se igualan a cero y se resuelve el sistema de ecuaciones resultante por el método de inversión de matrices, para determinar los valores ajustados de los flujos másicos de pulpas.

Paso N°3: Calcular los porcentajes de sólidos ajustados, utilizando los flujos másicos de sólidos y pulpas ajustadas.

$$\bar{S}_1 = \frac{\bar{F}_1}{\bar{P}_1}$$

$$\bar{S}_2 = \frac{\bar{F}_2}{\bar{P}_2}$$

$$\bar{S}_3 = \frac{\bar{F}_3}{\bar{P}_3}$$

Para ajustar los flujos másicos de sólidos por tamaños (o fracciones granulométricas), primero se calculan los flujos másicos por tamaño sin ajustar, expresados en t/h; a partir de los flujos másicos de sólidos totales ajustados, expresados en

t/h, y la distribuciones granulométricas parcial medidas, expresadas en porcentaje o tanto por uno.

$$f_{i,j} = \bar{F}_i \cdot g_{i,j} / 100 \quad \forall i = 1, \dots, 3 \text{ y } \forall j = 1, \dots, n$$

(3.12)

Luego se plantea la siguiente función objetivo:

$$FO = \sum_1^n fp_{1,j} \left( \frac{f_{1,j} - \bar{f}_{1,j}}{f_{1,j}} \right)^2 + \sum_1^n fp_{2,j} \left( \frac{f_{2,j} - \bar{f}_{2,j}}{f_{2,j}} \right)^2 + \sum_1^n fp_{3,j} \left( \frac{f_{3,j} - \bar{f}_{3,j}}{f_{3,j}} \right)^2 = \sum_1^3 \sum_1^n fp_{i,j} \left( \frac{f_{i,j} - \bar{f}_{i,j}}{f_{i,j}} \right)^2$$

(3.13)

Las ecuaciones de balance que se deben cumplir en ajuste del balance de flujos másicos sólidos por tamaños son las siguientes:

Para cada tamaño se debe cumplir que el flujo másico de sólido seco de alimentación para el tamaño “j” menos el flujo másico de sólido seco de descarga y rebalse para el tamaño “j” debe ser igual a cero. En la ecuación el sub índice “j”, indica tamaño o abertura de tamiz. Por lo tanto, el número de ecuaciones de balance es igual al número de mallas incluidas en el análisis granulométrico, en este caso n ecuaciones.

$$\bar{f}_{1,j} - \bar{f}_{2,j} - \bar{f}_{3,j} = 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

(3.14)

$$\bar{f}_{1,1} - \bar{f}_{2,1} - \bar{f}_{3,1} = 0$$

$$\bar{f}_{1,3} - \bar{f}_{2,3} - \bar{f}_{3,3} = 0$$

$$\bar{f}_{1,3} - \bar{f}_{2,3} - \bar{f}_{3,3} = 0$$

.

.

$$\begin{array}{c}
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{f}_{1,j} - \bar{f}_{2,j} - \bar{f}_{3,j} = 0 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{f}_{1,n} - \bar{f}_{2,n} - \bar{f}_{3,n} = 0
 \end{array}$$

Además, debe cumplirse que la sumatoria de los flujos másicos de sólidos secos por tamaños ajustados menos el flujo másico de sólido seco total ajustado debe ser igual a “0”, en la alimentación, descarga y rebalse, lo que adicionaría “3” ecuaciones más de balance, o sea, el número total de ecuaciones de balance debería ser igual a “n+3”.

Sin embargo para que el sistema de ecuaciones sea linealmente independiente, solo se deben incluir dos de estas tres ecuaciones, ya que la tercera ecuación se obtiene por combinación lineal de las anteriores, o sea, por combinación lineal de “n+2”. Por lo tanto, se debe dejar fuera del ajuste de balance cualquiera de las tres ecuaciones, ya sea, la alimentación, descarga o rebalse. En este caso se dejará fuera la ecuación que representa la sumatoria de los flujos másicos de sólidos secos por tamaño ajustado de la descarga.

$$\sum_1^n \bar{f}_{1,j} - \bar{F}_1 = 0 \quad (3.15)$$

$$\sum_1^n \bar{f}_{3,j} - \bar{F}_3 = 0 \quad (3.16)$$

Luego se forma el Lagrangiano, sumando a la función objetivo las ecuaciones de balance o restricciones multiplicadas por dos veces los multiplicadores de Lagrange.

$$L = \sum_1^3 \sum_1^n f p_{i,j} \left( \frac{f_{i,j} - \bar{f}_{i,j}}{f_{i,j}} \right)^2 + 2 \cdot \sum_j^n \lambda_j (\bar{f}_{1,j} - \bar{f}_{2,j} - \bar{f}_{3,j}) + 2\lambda_{n+1} \cdot (\sum_1^n \bar{f}_{1,j} - \bar{F}_1) + 2\lambda_{n+2} \cdot (\sum_1^n \bar{f}_{3,j} - \bar{F}_3) \quad (3.17)$$

Posteriormente se calculan las derivadas parciales del Lagrangiano respecto de los flujos másicos de sólidos secos por tamaño ajustados y las derivadas parciales del Lagrangiano respecto de los multiplicadores de Lagrange.

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{f}_{1,j}} = -2fp_{1,j} \left( \frac{f_{1,j} - \bar{f}_{1,j}}{f_{1,j}^2} \right) + 2\lambda_j + 2\lambda_{n+1} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{f}_{2,j}} = -2fp_{2,j} \left( \frac{f_{2,j} - \bar{f}_{2,j}}{f_{2,j}^2} \right) - 2\lambda_j \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{f}_{3,j}} = -2fp_{3,j} \left( \frac{f_{3,j} - \bar{f}_{3,j}}{f_{3,j}^2} \right) + 2\lambda_j + 2\lambda_{n+2} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = -2(\bar{f}_{1,j} - \bar{f}_{2,j} - \bar{f}_{3,j}) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{n+1}} = -2(\sum_1^n \bar{f}_{1,j} - \bar{F}_1) \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{n+2}} = -2(\sum_1^n \bar{f}_{3,j} - \bar{F}_3) \quad (3.23)$$

Luego las derivadas parciales se igualan a cero, para minimizar la diferencia entre el valor medido y el ajustado, se ordena dejando en el miembro de la izquierda del sistema

de ecuaciones los valores desconocidos, o sea los flujos máxicos de solidos secos por tamaño ajustado y los multiplicadores de Lagrange y en el miembro de la derecha los valores conocidos, o sea, los flujos máxicos de solidos secos por tamaño sin ajustar y los factores de pesos.

El sistema de ecuaciones resultantes, en este caso, es igual a 4 veces el número de mallas considerada en el análisis granulométrico más 2, o sea,  $4n+ 2$ .

El sistema de ecuaciones se resuelve por el método de inversión de matrices. La matriz generada a partir del sistema de ecuaciones tiene una forma característica, se puede subdividir en cuatro sub matrices.

La sub matriz superior izquierda, denominada matriz de los factores de peso “MW”, es una matriz diagonal, cuyos elementos son los factores de pesos y su número de filas y columnas es igual a 3 veces el número de mallas incluidas en el análisis granulométrico ( $3n \times 3n$ ).

La sub matriz inferior izquierda, denominada matriz de ecuaciones de balance o restricciones “MR”, se obtiene a partir de los coeficientes de las ecuaciones de balance y su número de filas es igual a número de mallas+2 y su número de columnas es igual a 3 veces el número de mallas ( $(n+2) \times 3n$ ).

La sub matriz superior derecha, denominada matriz de restricciones transpuesta ( $MR^T$ ), es igual a la matriz restricciones transpuesta multiplicada por los valores de los flujos máxicos de solidos por tamaño sin ajustar elevados al cuadrado y su número de filas es igual a 3 veces el N° de mallas y su número de columnas es igual al número de mallas+2 ( $3n \times (n+2)$ ).

La sub matriz inferior derecha es la matriz “nula”, o sea, todos sus elemento son iguales a cero, su número de filas y número de columnas es igual al número de mallas +2 ( $(n+2) \times (n+2)$ )

		n			n			n			n			2	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
n	1	$fp_{1,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$f_{1,1}^2$	0	0	$f_{1,1}^2$	0
	2	0	$fp_{1,2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$f_{1,2}^2$	0	$f_{1,2}^2$	0
	3	0	0	$fp_{1,3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$f_{1,3}^2$	$f_{1,3}^2$	0
n	4	0	0	0	$fp_{2,1}$	0	0	0	0	0	$-f_{2,1}^2$	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	$fp_{2,2}$	0	0	0	0	0	$-f_{2,2}^2$	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	$fp_{2,3}$	0	0	0	0	0	$-f_{2,3}^2$	0	0
n	7	0	0	0	0	0	0	$fp_{3,1}$	0	0	$-f_{3,1}^2$	0	0	0	$f_{3,1}^2$
	8	0	0	0	0	0	0	0	$fp_{3,2}$	0	0	$-f_{3,2}^2$	0	0	$f_{3,2}^2$
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	$fp_{3,3}$	0	0	$-f_{3,3}^2$	0	$f_{3,3}^2$
n	10	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0
	11	0	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0
	12	0	0	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0
2	13	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	14	0	0	0	0	0	0	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	0	0	0	0	0

$\bar{f}_{1,1}$	$fp_{1,1} \cdot f_{1,1}$
$\bar{f}_{1,2}$	$fp_{1,2} \cdot f_{1,2}$
$\bar{f}_{1,3}$	$fp_{1,3} \cdot f_{1,3}$
$\bar{f}_{2,1}$	$fp_{2,1} \cdot f_{2,1}$
$\bar{f}_{2,2}$	$fp_{2,2} \cdot f_{2,2}$
$\bar{f}_{2,3}$	$fp_{2,3} \cdot f_{2,3}$
$\bar{f}_{3,1}$	$fp_{3,1} \cdot f_{3,1}$
$\bar{f}_{3,2}$	$fp_{3,2} \cdot f_{3,2}$
$\bar{f}_{3,3}$	$fp_{3,3} \cdot f_{3,3}$
$\lambda_1$	0
$\lambda_2$	0
$\lambda_3$	0
$\lambda_4$	$\bar{F}_1$
$\lambda_5$	$\bar{F}_3$

Los flujos máxicos de solidos por tamaño ajustado se calculan por el método de inversión de matrices, como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_{1,1} \\ \bar{f}_{1,2} \\ \bar{f}_{1,3} \\ \bar{f}_{2,1} \\ \bar{f}_{2,2} \\ \bar{f}_{2,3} \\ \bar{f}_{3,1} \\ \bar{f}_{3,2} \\ \bar{f}_{3,3} \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fp_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & fp_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & fp_{1,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & fp_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_{2,1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & fp_{2,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_{2,2}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & fp_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_{2,3}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & fp_{3,1} & 0 & 0 & -f_{3,1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{3,1}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & fp_{3,2} & 0 & 0 & -f_{3,2}^2 & 0 & 0 & 0 & f_{3,2}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & fp_{3,3} & 0 & 0 & -f_{3,3}^2 & 0 & 0 & f_{3,3}^2 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} fp_{1,1} \cdot f_{1,1} \\ fp_{1,2} \cdot f_{1,2} \\ fp_{1,3} \cdot f_{1,3} \\ fp_{2,1} \cdot f_{2,1} \\ fp_{2,2} \cdot f_{2,2} \\ fp_{2,3} \cdot f_{2,3} \\ fp_{3,1} \cdot f_{3,1} \\ fp_{3,2} \cdot f_{3,2} \\ fp_{3,3} \cdot f_{3,3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{F}_1 \\ \bar{F}_3 \end{bmatrix}$$

### 3.6. Programación

Para llevar a cabo la programación de los 3 modelos matemáticos de clasificación en Visual Basic, fue necesario realizar lo siguiente:

### 3.6.1. Balance metalúrgico

Luego de ajustar el balance de masa por la técnica de los Multiplicadores de Lagrange se logró obtener las presiones, caudales, porcentajes de sólidos y distribución granulométrica para las 16 pruebas realizadas, generando una planilla con todos los datos mencionados para cada prueba, de esta manera, basándose en la forma de las curvas de eficiencia real y corregida, se dio paso a elegir las 5 pruebas que mejor representan la clasificación (Nageswararao, 1998), es decir, que tengan o se asemejen la curva de eficiencia a la forma tradicional.

### 3.6.2. Estimación de constantes

Se utilizó el balance metalúrgico de cada set de datos de las 5 pruebas seleccionadas, para construir mediante la aplicación Visual Basic, una rutina para cada uno de los tres modelos matemáticos de clasificación (ver Anexo H), la cual contempla el despeje de cada una de las constantes que componen cada modelo para cada set de datos experimentales.

Considerando lo anterior para ejecutar la rutina en Visual Basic y que esta pudiera entregar el valor de las constantes, se ingresó a la planilla de cada modelo matemático de clasificación los siguientes datos experimentales:

- Densidad de pulpa ( $t/m^3$ )
- Porcentaje de sólidos overflow y underflow (%)
- Caudal de los flujos overflow y underflow ( $m^3/h$ )
- Presión de alimentación al hidrociclón (psi)
- Diámetro del ápex y vortex finder (mm)
- Densidad del sólido y líquido ( $t/m^3$ )
- Distribución granulométrica de alimentación (%)
- Dimensiones geométricas del hidrociclón (ver Anexo E)

### 3.6.3. **Simulador**

Se utilizó el valor promedio de las constantes calculadas para cada modelo de clasificación y para cada set de datos experimentales de las 5 pruebas seleccionadas. Mediante la aplicación Visual Basic se creó una rutina que contiene los tres modelos matemáticos de clasificación, la cual permite simular en distintas condiciones de operación cada uno de ellos y así poder analizar sin mayor dificultad la eficacia de cada modelo (ver Anexo I).

## 4. CAPÍTULO IV. Resultados y discusiones

### 4.1. Determinación de gravedad específica por método del picnómetro

Los resultados obtenidos son acordes al mineral que se estaba tratando, sílice 100%- #35, para las tres pruebas con sus respectivos duplicados, se tienen gravedades específicas similares (ver Tabla 4.1). Por lo tanto, se utilizó para este trabajo de investigación el promedio de las tres pruebas.

Tabla 4.1 Gravedad específica

Muestra	Peso específico (g/cm <sup>3</sup> )
N°1	2,69
N°2	2,70
N°3	2,68
<b>Promedio</b>	<b>2,69</b>

### 4.2. Condiciones operacionales

Se establecieron las siguientes condiciones operacionales para la operación del hidrociclón PP004080 V en la planta piloto:

- Ápex: 7 mm
- Porcentaje de sólidos de alimentación: 10, 15, 20 y 25 %
- Frecuencia de bomba: 25, 30, 35 y 40 Hz

Se desecharon las opciones de ocupar un ápex de 5 y 6 mm, principalmente por la nula operación que se observaba, ya que al poner en servicio la planta piloto con dichos ápex, todo el flujo alimentado al hidrociclón no entraba en el proceso interno de clasificación, ya que salía todo por la descarga superior overflow, sin importar si se

aumentaba la frecuencia de la bomba lo que equivale a aumentar la presión de alimentación y por consecuencia los componentes de velocidad de cada partícula, lo que lleva a pensar que se debe a la gran restricción que provoca el ápex de 5 y 6 mm con respecto a la distribución granulométrica de alimentación, generando el atochamiento de la descarga inferior del hidrociclón y provocando la evacuación de toda la pulpa alimentada hacia el overflow

### **4.3. Balance metalúrgico**

Luego de llevar a cabo el ajuste de balance de masas con la técnica de los Multiplicadores de Lagrange, la diferencia entre los valores medidos y ajustados es prácticamente cero, por lo que se deduce que el muestreo en cada prueba fue bien realizado (ver Anexo J). Se obtuvieron valores lógicos para cada una de las 16 pruebas, al graficar las curvas de distribución de tamaños, se observa para cada prueba que la curva de alimentación está muy cercana a la de underflow, sin embargo, está contenida entre la curva de overflow y underflow, lo cual se aprecia por ejemplo en la prueba P16 (ver Figura 4.1), por lo que se deduce en primera instancia que si se genera clasificación.

Al momento de evaluar las curvas de eficiencia real y corregida, se observa que en las 16 pruebas realizadas, dichas curvas comienzan a subir sus valores al momento de llegar a tamaños iguales o menores a 10 micrones, lo cual se aprecia por ejemplo en la prueba P16 (ver Figura 4.2), sin embargo, para poder llevar a cabo la estimación de los parámetros se eligieron las 5 mejores pruebas que representaban la clasificación (Nageswararao, 1998), es decir, que tengan o se asemejen a la forma tradicional (ver Figura 4.3) (ver Tabla 4.2).

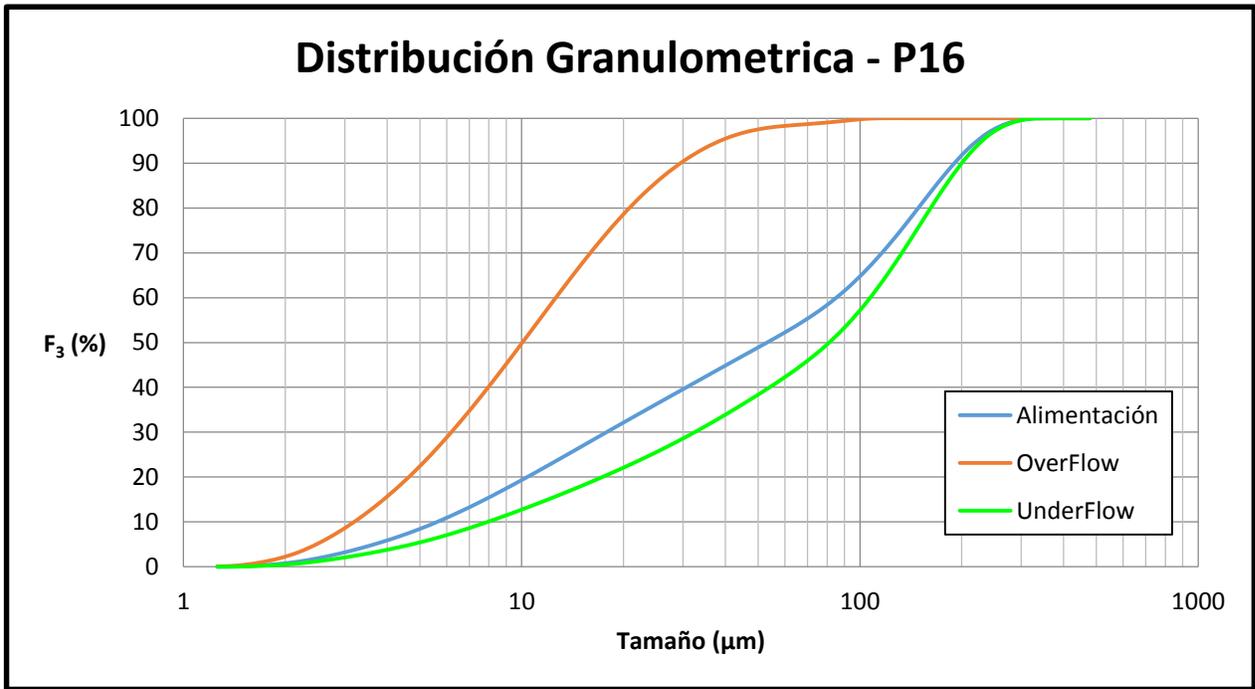


Figura 4.1 Distribución granulométrica P16

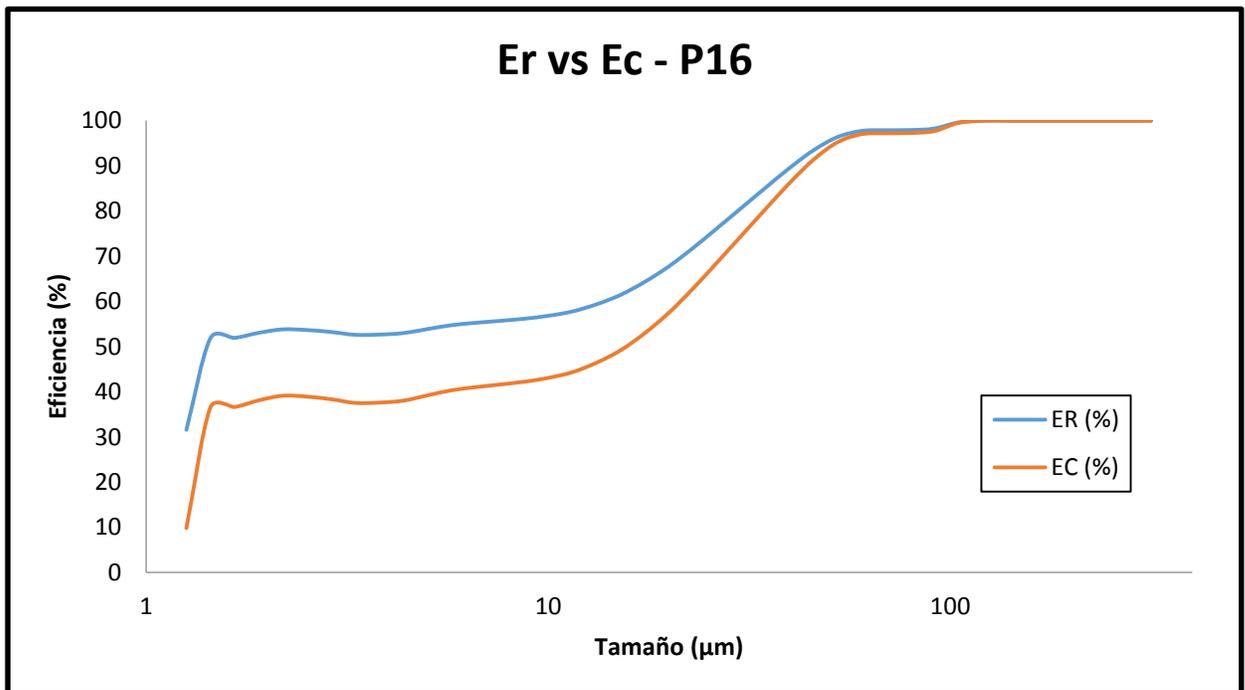


Figura 4.2 Curvas de eficiencia real y corregida para P16

Tabla 4.2 Pruebas seleccionadas

Pruebas				
Porcentaje de solidos (%)	10	15	20	25
Ápex (mm)	7	7	7	7
Frecuencia (Hz)				
25	P1	P5	P9	P13
30	P2	P6	P10	P14
35	P3	P7	P11	P15
40	P4	P8	P12	P16

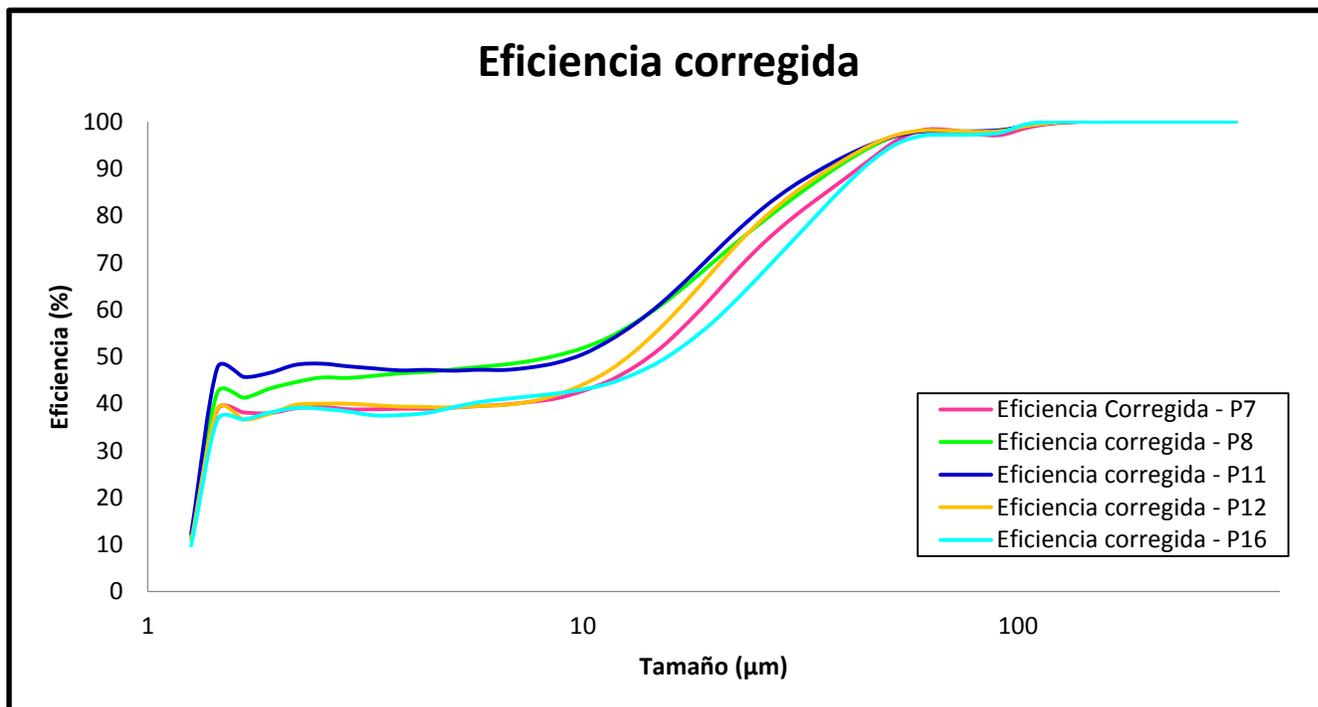


Figura 4.3 Curvas de eficiencia corregida para P7, P8, P11, P12 Y P16

#### 4.4. Efecto de la presión y caudal de alimentación vs $d_{50c}$ y by-pass

Para poder visualizar el efecto de estas variables, es necesario dejar constante la concentración de sólidos, por lo que se utilizaron las pruebas de 25% en concentración de sólidos de alimentación, lo que corresponde a las pruebas P13, P14, P15 Y P16:

##### 4.4.1. Efecto de la presión de alimentación vs $d_{50c}$

En la Figura 4.4, se observa como la presión de alimentación no tiene relación directa con el  $d_{50c}$ , lo cual se contrapone con la teoría, por lo que se deduce alguna de estas 2 variables no está bien tomada como dato experimental.

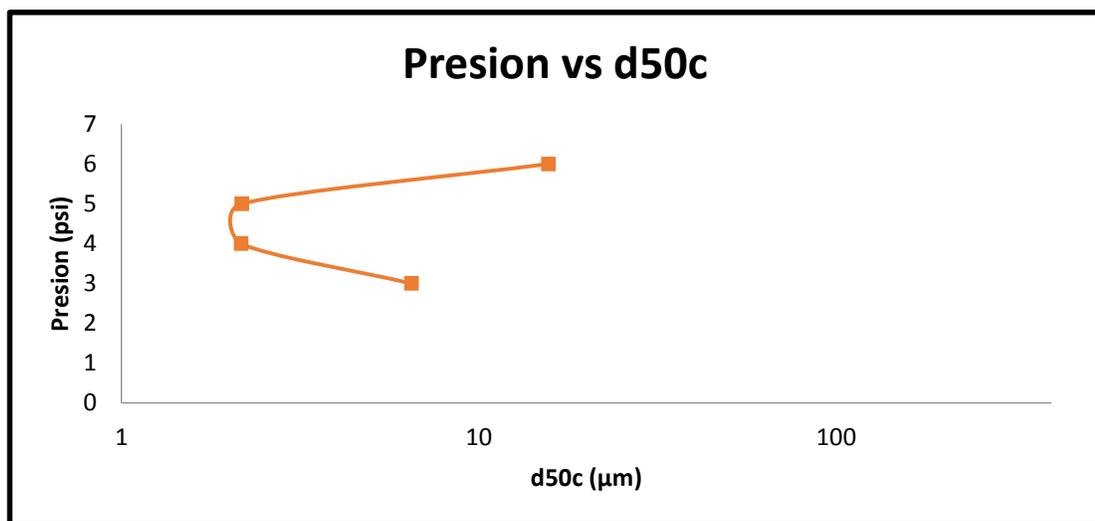


Figura 4.4 Presión de alimentación vs  $d_{50c}$

##### 4.4.2. Efecto del caudal de alimentación vs $d_{50c}$

En la Figura 4.5, se observa como el caudal de alimentación no tiene relación directa con el  $d_{50c}$ , lo cual se contrapone con la teoría, por lo que se deduce que alguna de estas 2 variables no está bien tomada como dato experimental.

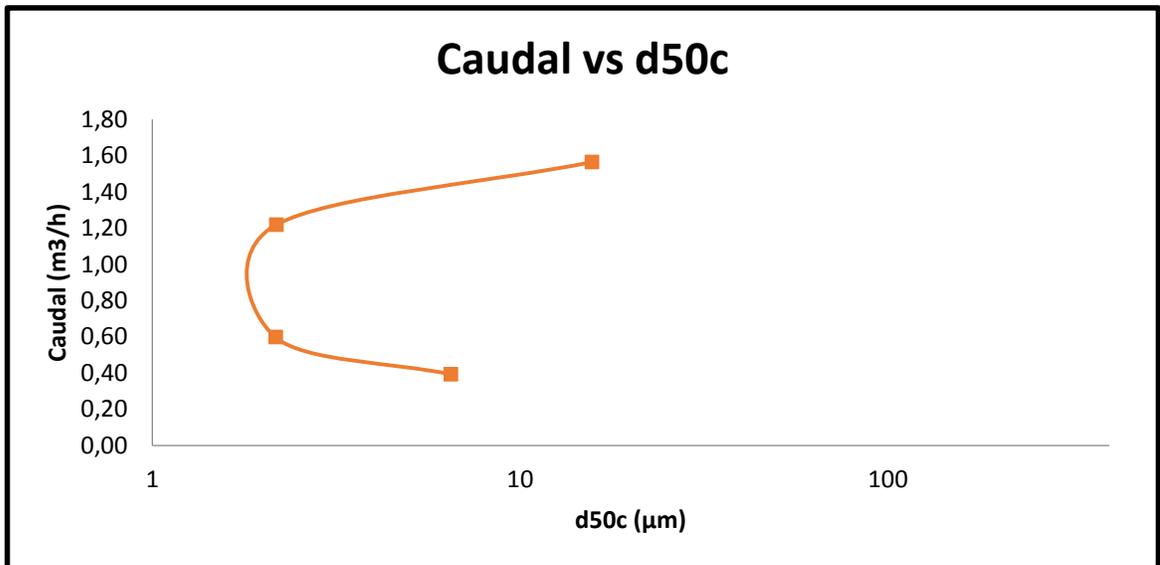


Figura 4.5 Caudal de alimentación vs d50c

#### 4.4.3. Efecto de la presión de alimentación vs bypass

En la Figura 4.6, se observa como la presión de alimentación disminuye con respecto al aumento del by-pass, lo cual corresponde a que a medida que va disminuyendo la presión de alimentación, por consecuencia disminuye la fuerza centrífuga, provocando que exista una mayor cantidad de agua que pase directamente al underflow sin pasar por el proceso de clasificación, dando como consecuencia un aumento en el by-pass.

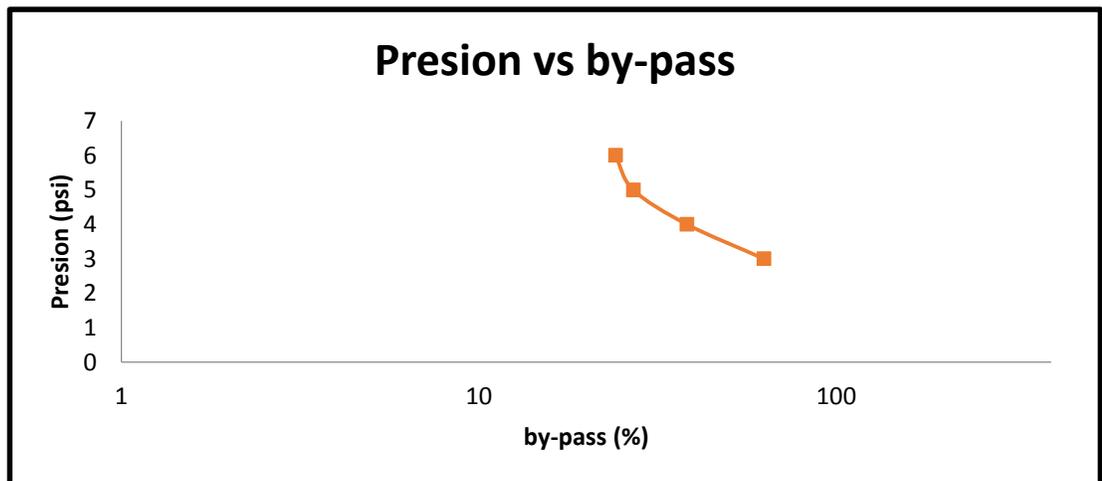


Figura 4.6 Presión de alimentación vs by-pass

#### 4.4.4. Efecto del caudal de alimentación vs bypass

En la Figura 4.7, se observa como el caudal de alimentación disminuye con respecto al aumento del by-pass, lo cual corresponde a que a medida que va disminuyendo la presión de alimentación, por consecuencia disminuye la fuerza centrífuga, provocando que exista una mayor cantidad de agua que pase directamente al underflow sin pasar por el proceso de clasificación, dando como consecuencia un aumento en el by-pass.

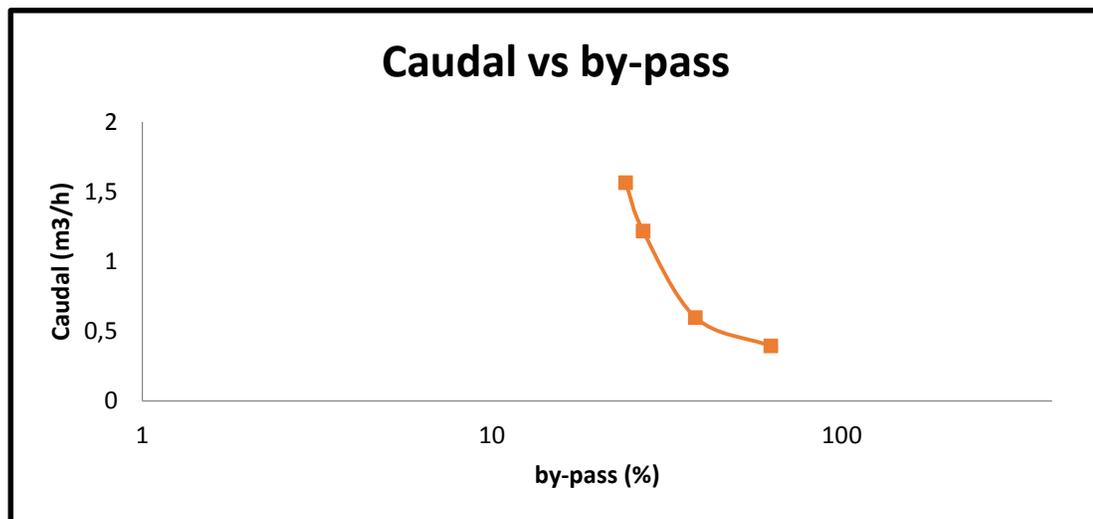


Figura 4.7 Caudal de alimentación vs by-pass

#### 4.5. Estimación de constantes

Para poder ejecutar la rutina en Visual Basic y que esta pudiera entregar el valor de las constantes de cada uno de los tres modelos matemáticos de clasificación, es necesario ingresar los siguientes datos experimentales:

- Densidad de pulpa ( $t/m^3$ )
- Porcentaje de sólidos overflow y underflow (%)
- Caudal de los flujos overflow y underflow ( $m^3/h$ )
- Presión de alimentación al hidrociclón (psi)
- Diámetro del ápex y vortex finder (mm)

- Densidad del sólido y líquido ( $t/m^3$ )
- Distribución granulométrica de alimentación (%)
- Dimensiones geométricas del hidrociclón (ver Anexo E)

#### 4.5.1. Modelo Lynch - Rao

Se creó una rutina en Visual Basic que permite calcular el valor de las constantes o parámetros, a partir de los datos experimentales (ver Figura 4.8).

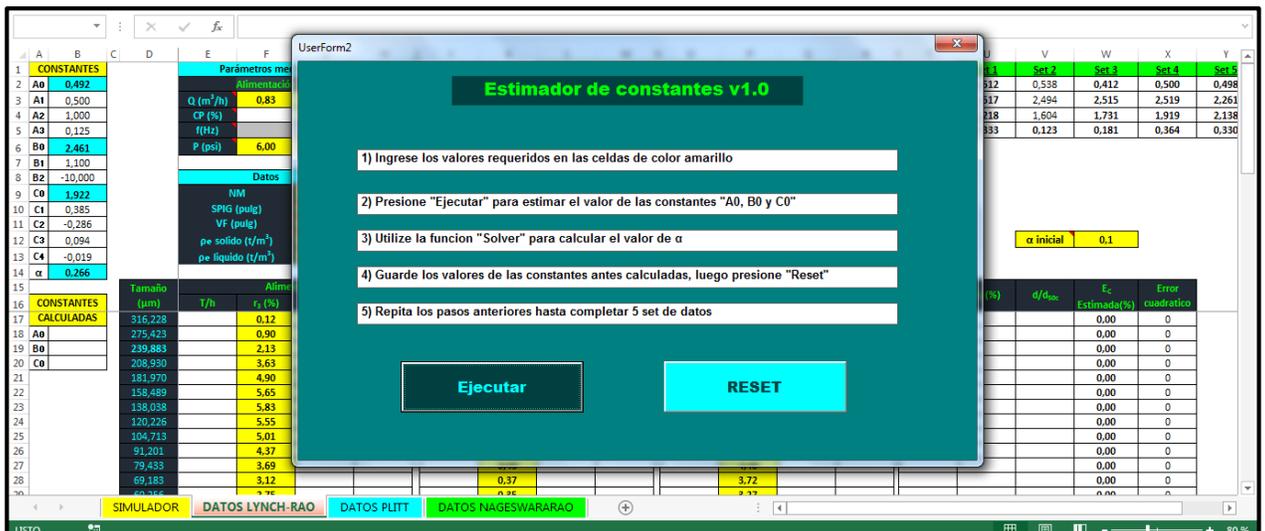


Figura 4.8 Estimador de constantes Lynch - Rao

Desde la rutina y considerando las 5 pruebas seleccionadas se obtuvieron los valores para las constantes  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  y  $\alpha$  (ver Tabla 4.3). Los cuales deben ser calculados para cada sistema mineral – hidrociclón.

Tabla 4.3 Constantes calculadas para el modelo Lynch - Rao

Constante	Prueba					Promedio
	P7	P8	P11	P12	P16	
$A_0$	0,512	0,538	0,412	0,500	0,498	0,492
$B_0$	2,517	2,494	2,515	2,519	2,261	2,461
$C_0$	2,218	1,604	1,731	1,919	2,138	1,922
$\alpha$	0,333	0,123	0,181	0,364	0,330	0,266

#### 4.5.2. Modelo Plitt

Se creó una rutina en Visual Basic que permite calcular el valor de las constantes y parámetros, a partir de los datos experimentales (ver Figura 4.9).

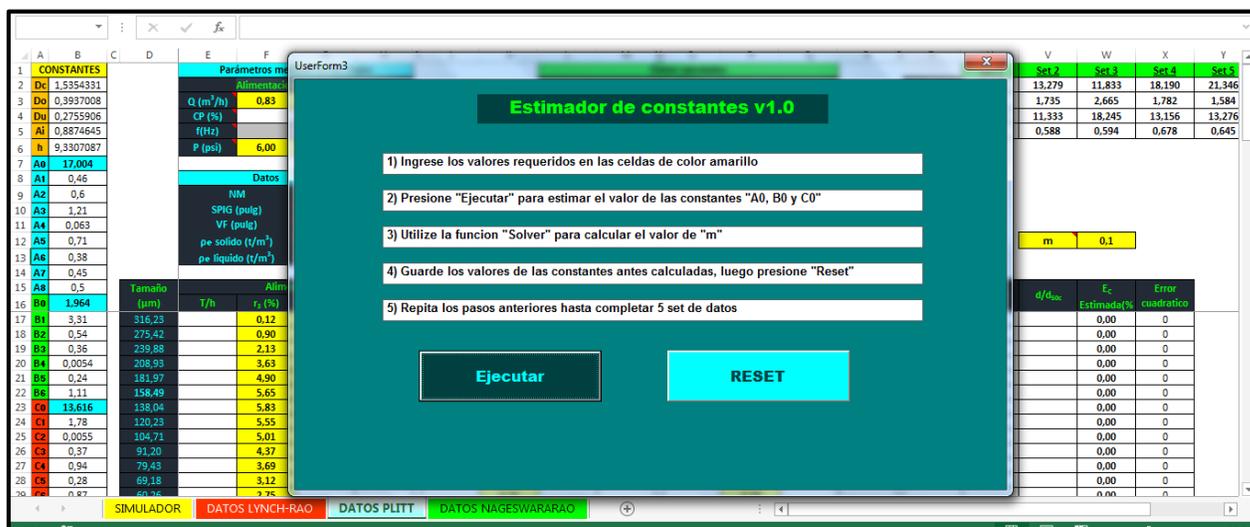


Figura 4.9 Estimados de constantes Plitt

Desde la rutina y considerando las 5 pruebas seleccionadas se obtuvieron los valores para las constantes  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  y  $m$  (ver Tabla 4.4). Los cuales deben ser calculados para cada sistema mineral – hidrociclón.

Tabla 4.4 Constantes Calculadas para el modelo Plitt

Constante	Prueba					Promedio
	P7	P8	P11	P12	P16	
$A_0$	20,370	13,279	11,833	18,190	21,346	17,004
$B_0$	2,053	1,735	2,665	1,782	1,584	1,964
$C_0$	12,069	11,333	18,245	13,156	13,276	13,616
$m$	0,654	0,588	0,594	0,678	0,645	0,632

#### 4.5.3. Modelo Nageswararao

Se creó una rutina en Visual Basic que permite calcular el valor de las constantes y parámetros, a partir de los datos experimentales (ver Figura 4.10).

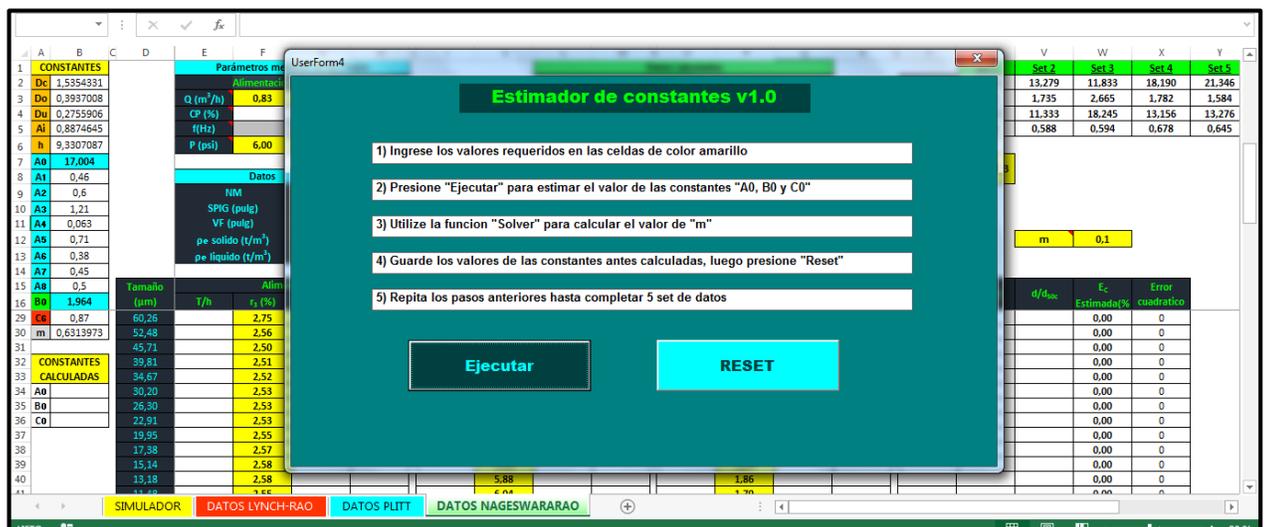


Figura 4.10 Estimador de constantes Nageswararao

Desde la rutina y considerando las 5 pruebas seleccionadas se obtuvieron los valores para las constantes  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  (ver Tabla 4.5) y  $m$  (ver Tabla 4.6). Los cuales deben ser calculados para cada sistema mineral – hidrociclón.

Tabla 4.5 Constantes calculadas para el modelo Nageswararao

Constante	Prueba					Promedio
	P7	P8	P11	P12	P16	
$A_0$	20,370	13,279	11,833	18,190	21,346	17,00
$B_0$	2,053	1,735	2,665	1,782	1,584	1,96
$C_0$	12,069	11,333	18,245	13,156	13,276	13,62

Tabla 4.6 Media geométrica de “m”

Constante	Prueba					Media Geométrica
	P7	P8	P11	P12	P16	
$m$	0,654	0,588	0,594	0,678	0,645	0,631

#### 4.6. Simulador

De las 5 pruebas seleccionadas para la estimación de las constantes de los tres modelos de clasificación, se seleccionó la prueba numero 16 (P16), ya que es la que representa mejor las curvas de clasificación y en la práctica fue la prueba que se apreciaba de mejor manera el estado estacionario. Por lo tanto, para evaluar los resultados que entrega el simulador, se utilizaron los datos experimentales de la prueba número 16 (ver Figura 4.11).



Figura 4.11 Simulador

#### 4.6.1. Evaluación de overflow

Al comparar las curvas de distribución granulométrica de los datos experimentales con respecto a los entregados por el simulador, se observa que para tamaños de partícula mayores a 10 micrones comienza a existir variabilidad entre las distintas curvas, donde el modelo de Lynch-Rao es quien mejor se ajusta a la distribución granulométrica del Overflow (ver Figura 4.12). Sin embargo, para la granulometría gruesa los tres modelos predicen menor cantidad de partículas en comparación a los datos experimentales.

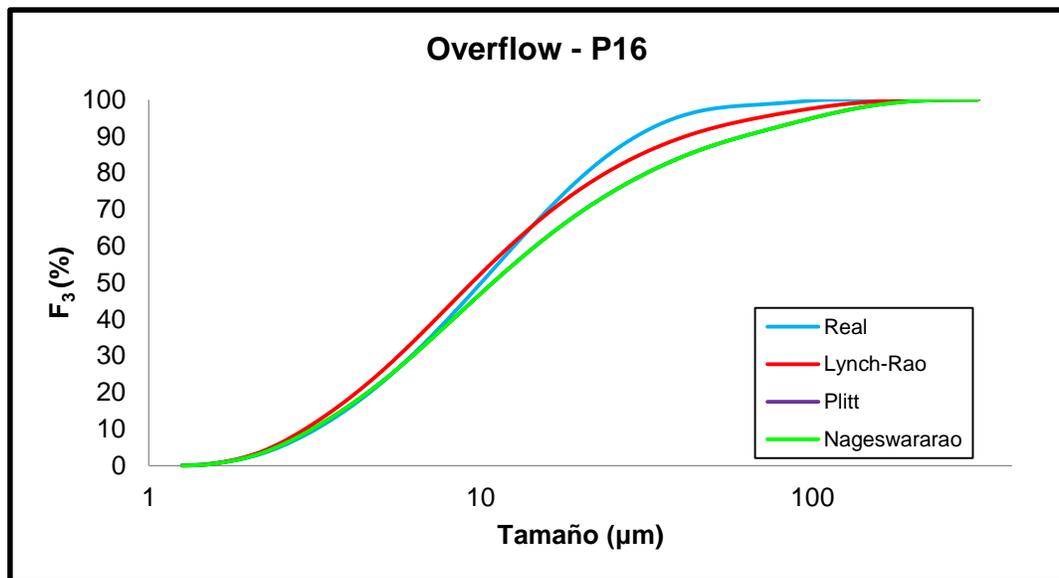


Figura 4.12 Distribución granulométrica de overflow

#### 4.6.2. Evaluación de underflow

Al comparar las curvas de distribución granulométrica de los datos experimentales con respecto a las entregados por el simulador se observa que para tamaños de partícula menor a 40 micrones comienza a existir pequeña variabilidad de las curvas correspondiente a los modelos de Plitt y Nageswararao, sin embargo, es el modelo de Lynch-Rao quien mejor se ajusta a la distribución granulométrica del Underflow (ver Figura 4.13).

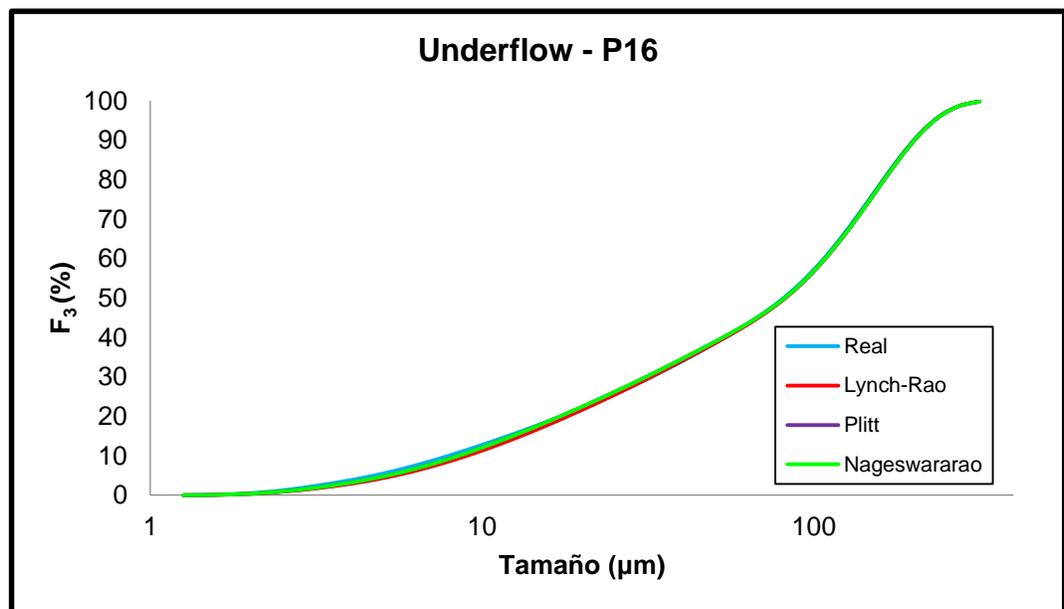


Figura 4.13 Distribución granulométrica de underflow

#### 4.6.3. Evaluación de eficiencia real

Al comparar las curvas de eficiencia real de los datos experimentales con respecto a las entregados por el simulador, se observa que existe gran variabilidad, principalmente en tamaños de partículas más finos (ver Figura 4.14), lo cual podría ser atribuible a un problema en la clasificación por el arrastre de partículas finas hacia el underflow, dando como resultado eficiencias elevadas para dichos tamaños de partículas (ver ecuación 4.1). Sin embargo, este problema ya había sido detectado (Nageswararao, 2014), el cual se denomina efecto anzuelo, este efecto se produce principalmente en los rangos de tamaños

más finos y es debido a la técnica de análisis granulométrico utilizada, la difracción laser, presentado estos errores al no poder identificar correctamente las partículas menores a 10 micrones.

$$E_{r(i)} = \left( \frac{M_{UF(i)}}{M_{AH(i)}} \right) \cdot 100\% \quad (4.1)$$

Donde:

$E_{r(i)}$  = Eficiencia real de la malla (i) (%)

$M_{UF(i)}$  = Masa solida del underflow retenida en la malla (i) (ton)

$M_{AH(i)}$  = Masa solida de la alimentación retenida en la malla (i) (ton)

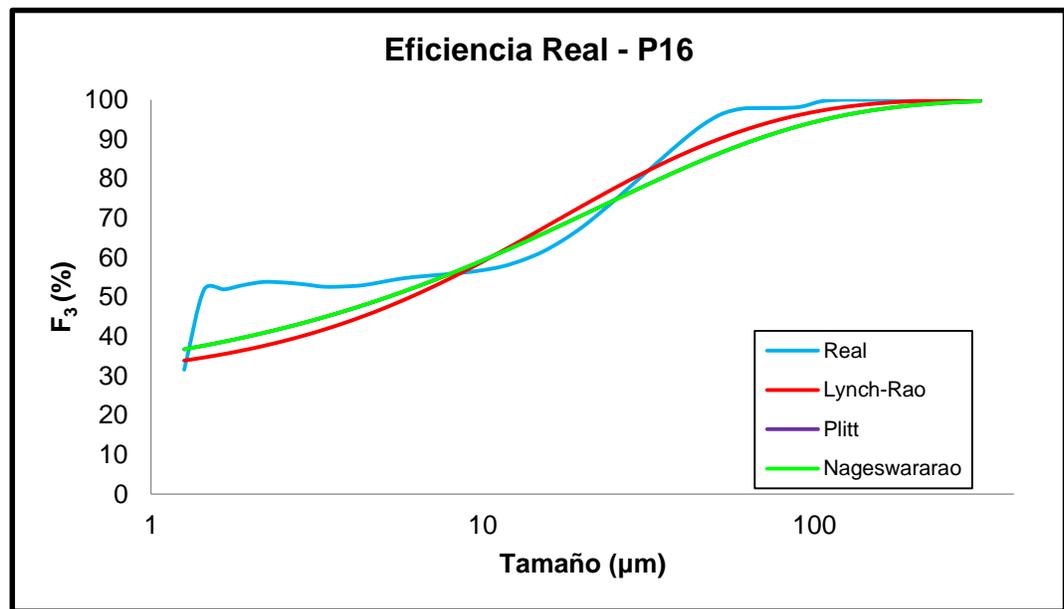


Figura 4.14 Eficiencia real

#### 4.6.4. Evaluación de eficiencia corregida

Al comparar las curvas de eficiencia real de los datos experimentales con respecto a las entregados por el simulador, se observa que existe gran variabilidad, principalmente

en tamaños de partículas más finos (ver Figura 4.15), al igual que el análisis anterior, este problema ya fue detectado por (k. Nageswararao, 2014), el cual se denomina efecto anzuelo, este efecto se produce principalmente en los rangos de tamaños más finos y es debido a la técnica de análisis granulométrico utilizada, la difracción laser, presentado estos errores a lo poder identificar correctamente las partículas menores a 10 micrones.

Sin embargo, la simulación generada por el programa para los distintos modelos de clasificación, se comporta de manera esperada al disminuir su eficiencia corregida con respecto a la real, lo que indica que el simulador está funcionando correctamente (ver Figura 4.16, 4.17 y 4.18).

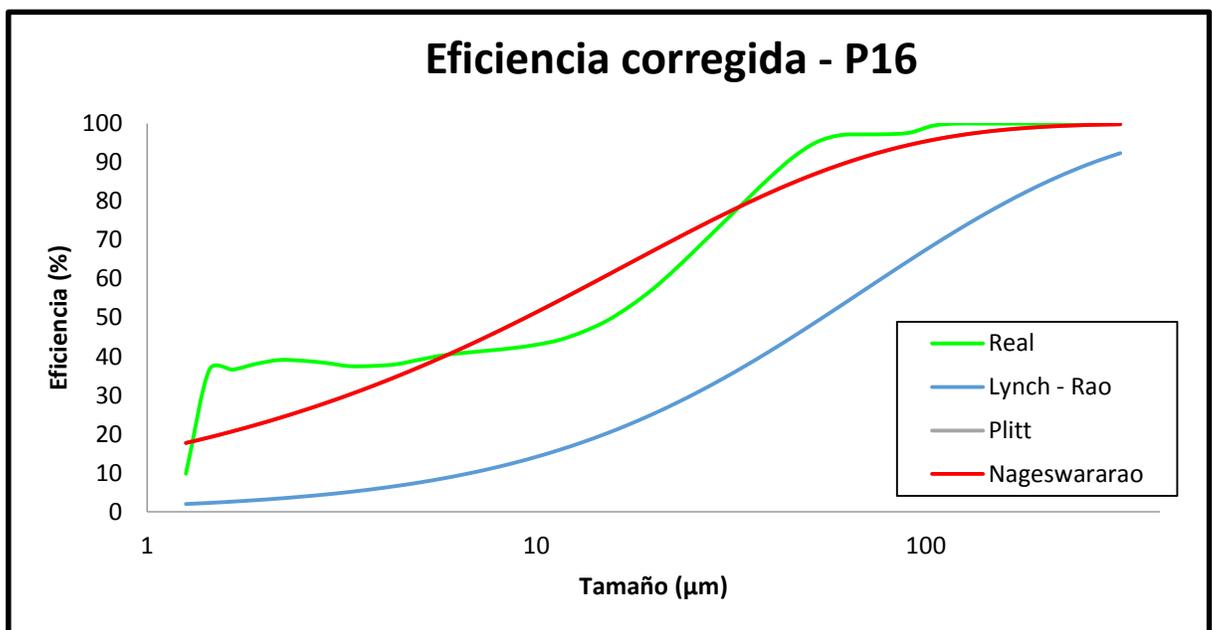


Figura 4.15 Eficiencia corregida

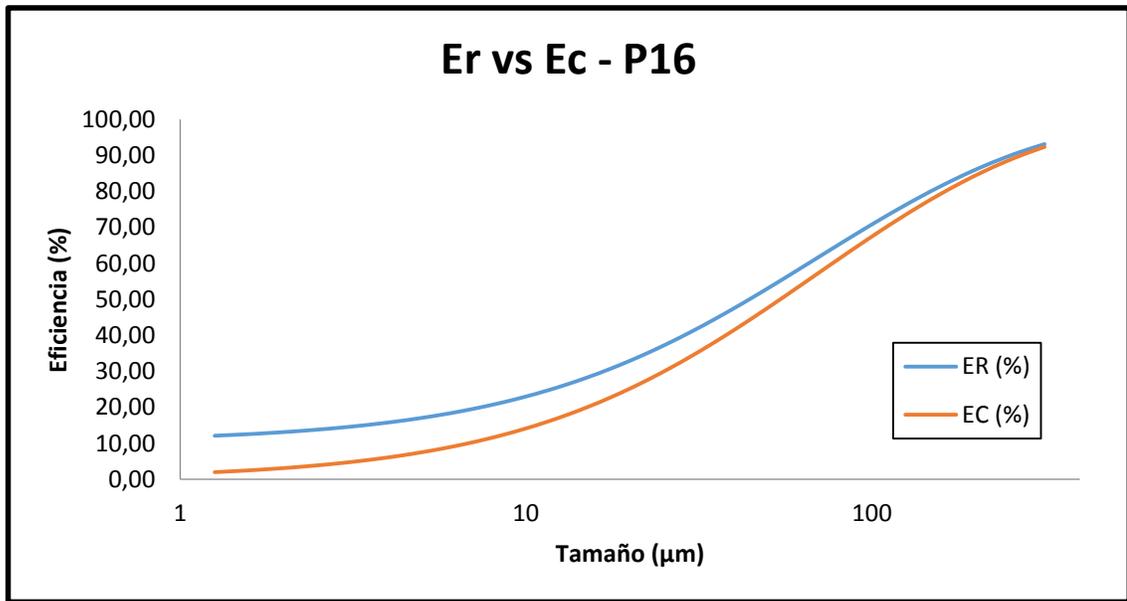


Figura 4.17 Eficiencia real vs corregida Lynch - Rao

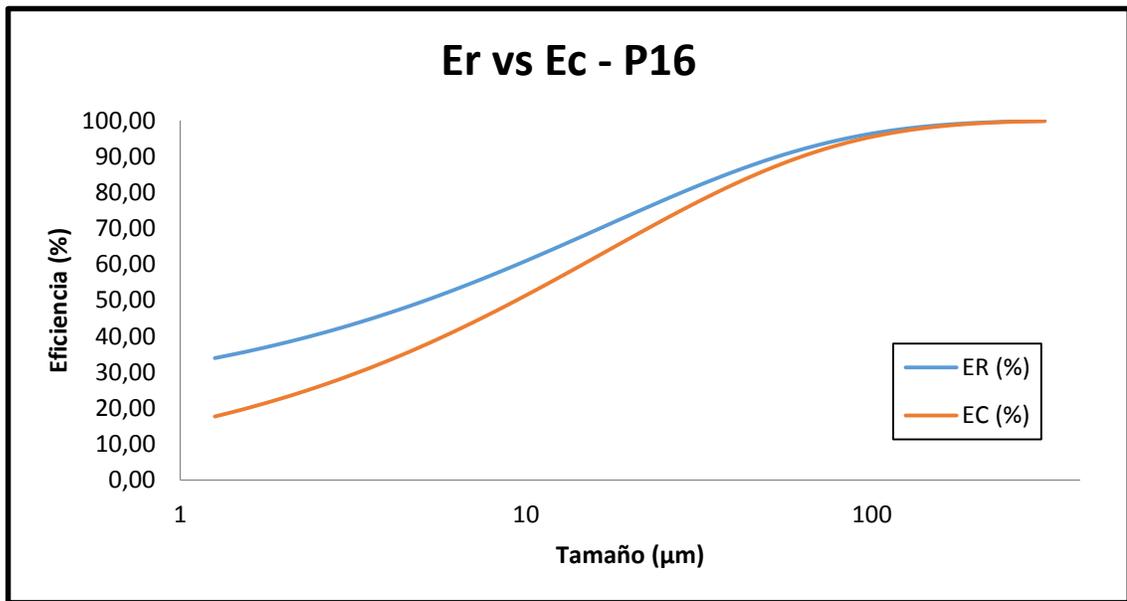


Figura 4.16 Eficiencia real vs corregida Plitt

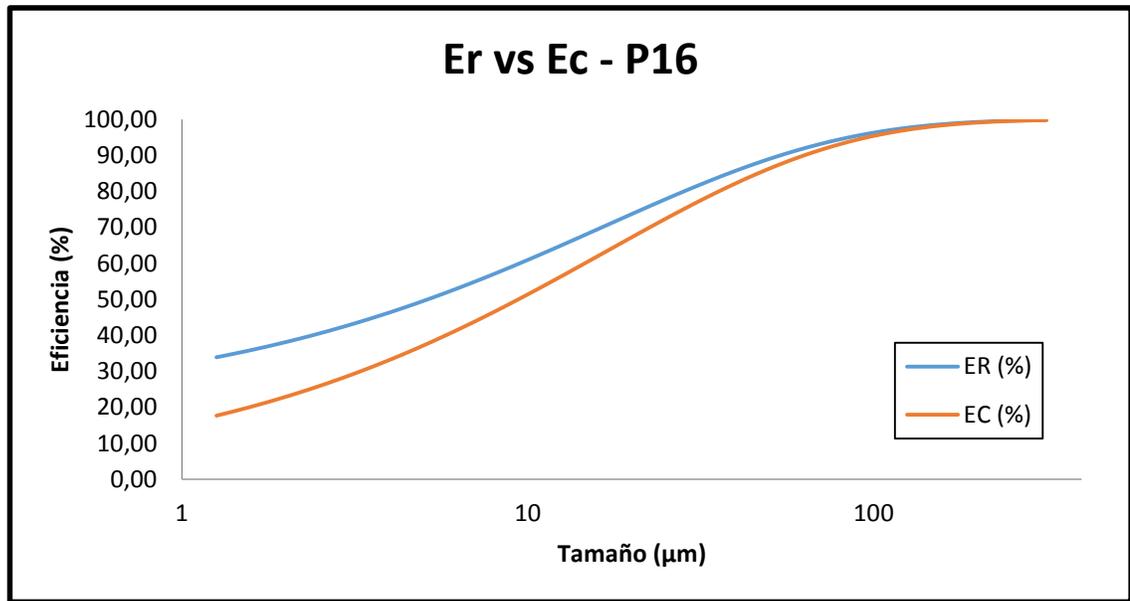


Figura 4.18 Eficiencia real vs corregida Nageswararao

En la tabla 4.7, se puede observar la sumatoria del error porcentual por malla, por lo que se puede definir que el modelo de Nageswararao, es el que mejor simula el comportamiento de este sistema mineral – hidrociclón, al presentar menor error en la curva de eficiencia corregida simulada con respecto a la real.

Tabla 4.7 Error porcentual acumulado para los modelos Lynch-Rao, Plitt y Nageswararao

Curva eficiencia corregida	Error (%)
<b>Ec (%) Lynch - Rao</b>	125,6673
<b>Ec (%) Plitt</b>	6,9699
<b>Ec (%) Nageswararao</b>	6,9657

#### 4.6.5. Evaluación de diferentes variables

Al comparar las curvas de distribución granulométrica de los datos experimentales con respecto a las entregados por el simulador, al mismo tiempo bajo las mismas condiciones, se evaluaron distintas variables simuladas en el programa para comparar los distintos modelos de clasificación, graficando el error porcentual con respecto al valor real para cada una de ellas (ver Figura 4.19).

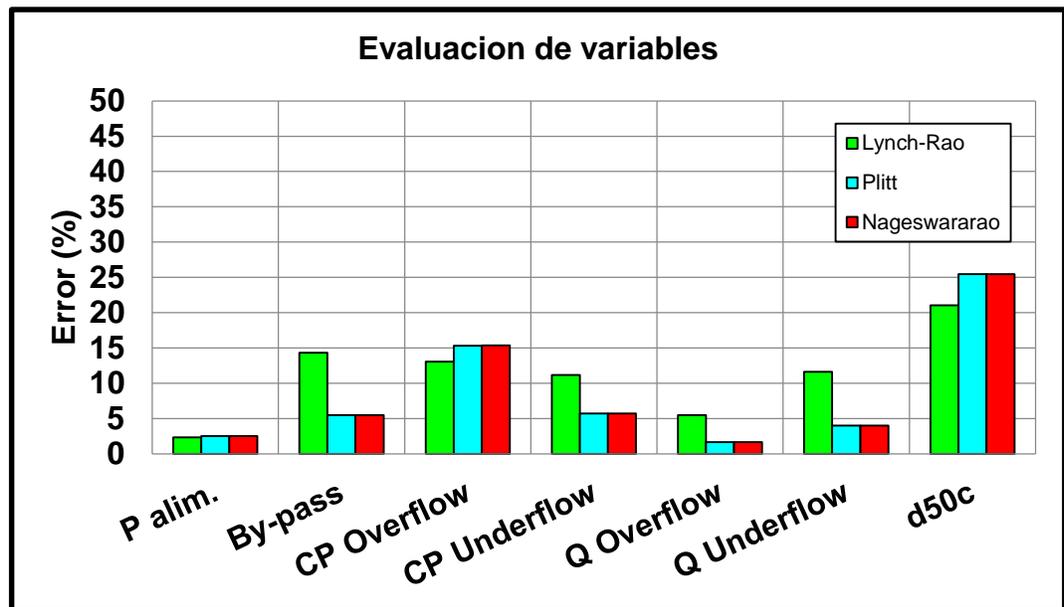


Figura 4.19 Evaluación de Variables

En la Figura 4.19, se observa que, para todas las variables analizadas, los modelos de Plitt y Nageswararao tienen aproximadamente el mismo error porcentual, lo cual se debe a la mínima diferencia que existe entre ambos modelos de clasificación, caso contrario es el modelo de Lynch-Rao, donde el by – pass, porcentaje de sólidos underflow, caudal overflow y underflow, presentan mayor error con respecto a los datos experimentales. Lo cual es congruente ya que al simular con un mayor error en las estimaciones de los caudales (ver ecuación 2.2), debido a que dicha ecuación incorpora el porcentaje de sólidos de alimentación, el cual puede estar sujeto a error por la inestabilidad que pueda existir en la alimentación al hidrociclón producto de la forma piramidal del

estanque de recepción de pulpa, esto provocara error en la estimación del by-pass y por efecto error en el porcentaje de sólidos del underflow.

## 5. CAPÍTULO V. Conclusiones

Luego de obtener los resultados de las simulaciones realizadas por la rutina creada en Visual Basic y posterior evaluación, se concluye:

- Se logran realizar ensayos de laboratorio en el hidrociclón PP004080 V utilizado en la planta piloto ERAL, modelo PCL 4/5, con una granulometría de alimentación 100% - #35. Sin embargo, solo puede operar con el ápex de 7 mm, ya que con el ápex de 5 y 6 mm el hidrociclón deja de clasificar, al no existir underflow, lo cual lleva a pensar que se debe a la gran restricción que provocan estos dos ápex con respecto a la distribución granulométrica de alimentación, generando el atochamiento de la descarga inferior del hidrociclón y provocando la evacuación de toda la pulpa alimentada hacia el overflow. Pese a ello, se logró variar la concentración de sólidos en el flujo de alimentación (10, 15, 20 y 25 %) y la frecuencia de giro de la bomba de alimentación (25, 30, 35 y 40 Hz) lo que equivale a variar el flujo de alimentación al hidrociclón, lo que se traduce en 16 pruebas posibles. Finalmente, luego de evaluar las curvas de eficiencia real y corregida para las 16 pruebas, se eligen las 5 que mejor representan la clasificación (Nageswararao, 1998), es decir, que tengan o se asemejen a la forma tradicional y que la diferencia entre ambas sea el by-pass, las cuales son utilizadas para parametrizar los tres modelos de clasificación en cuestión.
- No se logró ver el efecto de la concentración de sólidos, caudal de alimentación y diámetro del ápex sobre la eficiencia de clasificación, como un barrido de datos, ya que al utilizar solo el ápex de 7 mm y existir problemas en las curvas de eficiencia por el efecto anzuelo, no se pueden tener conclusiones certeras.
- Se creó una rutina Visual Basic que incorpore los tres modelos de clasificación en evaluación, donde se logró parametrizar los modelos de clasificación, al encontrar los valores de las constantes de cada modelo correspondiente al sistema mineral-hidrociclón evaluado en este estudio, donde se dejó como valor de cada parámetro el promedio de las 5 pruebas realizadas.

- Para el mismo sistema mineral – hidrociclón, se creó un simulador mediante la aplicación Visual Basic de Microsoft, el cual contempla la estimación de los parámetros y la simulación para los tres modelos de clasificación que se evalúan en este trabajo de investigación. Sin embargo el simulador quedo construido de tal manera que es posible cambiar el sistema mineral – hidrociclón, con tan solo ingresar la gravedad especificada del mineral y las dimensiones del hidrociclón.
  
- Para la evaluación de los tres modelos de clasificación utilizando el simulador, se eligió la prueba numero 16 (P16), la cual contempla: ápex de 7 mm, concentración de sólidos de alimentación 25%, Frecuencia de bomba de alimentación 40 Hz. Al simular dicha condición de clasificación, se obtuvo un balance metalúrgico completo para cada modelo, lo que permitió comparar las curvas de distribución granulométrica, eficiencia real, eficiencia corregida y las variables más importantes de cada modelo con respecto a los datos reales, lo que permite definir que para este sistema mineral - hidrociclón en las condiciones de operación mencionadas, tanto el modelo del Plitt como Nageswararao tienen mayor precisión al momento de simular estas condiciones de clasificación, principalmente por la diferencia que existe en las predicciones de caudales, porcentaje de sólidos y Bypass por parte del modelo Lynch - Rao. Sin embargo, al considerar la sumatoria del error porcentual por malla para la curva de eficiencia corregida, el modelo de Nageswararao toma una pequeña ventaja con respecto al modelo de Plitt.
  
- Un efecto en particular que se observó en los datos experimentales, pero no en las simulaciones, es el efecto anzuelo, el cual se aprecia al graficar las curvas de eficiencia real y corregida, lo que se atribuye a la técnica que se utiliza para el análisis granulométrico, la difracción laser, dicho efecto se produce principalmente en los rangos de tamaños más finos presentando estos errores a lo no poder identificar correctamente las partículas menores a 10 micrones (k. Nageswararao, 2014).

## 6. Referencias bibliográficas

- Sepúlveda, J., Gutierrez, L. (1986), Dimensionamiento y optimización de plantas concentradoras mediante técnicas de modelación matemática, 143-157.
- Wills B.A. (1987). Tecnologías de Procesamiento de Minerales-Tratamiento de Menas y Recuperación de Minerales. Editorial Limusa, México.
- Nageswararao, K. (1998), Reduced efficiency curves of industrial hydrocyclones an analysis for plant practice.
- Ballester, A., Verdeja, L. y Sancho, J. (2000) Metalurgia extractiva, Fundamentos.
- Santander, M. (2004), Preparación mecánica de minerales, 21-138.
- Man, N. (2010). Ph, D. Mathematical Modeling and Simulation.
- Silva, A., Silva, E., Vieira, J. (2013), Simulación de Hidrociclones usando una nueva modificación en la ecuación de Plitt.
- Nageswararao, K. (2014), ¿Es el efecto anzuelo en los hidrociclones un fenómeno real?
- Neese, T., Schneider, M., Gloyk, V., and Tiefel, H. (2004), Measuring the operating state of hydrocyclone. Minerals Engineering 17, pp. 733-737.
- Salamanca, F. (2015). Hidrociclones en plantas concentradoras. <https://es.scribd.com/>. <https://es.scribd.com/document/411015214/Hidrociclones-en-Plantas-Concentradoras>
- Güenechea, L. (2016). Caracterización de microhidrociclones. Trabajo Fin de Grado Ingeniería Química. Leioa, Bizkaia, España: Zientzia eta Teknologia Fakultatea, Euskal Herriko Unibertsitatea.
- Patra, Gayatree; Velpuri, Bhargava; Chakraborty, S; y Meikap, BC (2017). Performance evaluation of a hydrocyclone with a spiral rib for separation of particles. Advanced Powder Technology.
- Pedraza, D. (2018), Diseño y construcción de un hidrociclón a nivel laboratorio.
- Roldan, P. (2019). Modelo matemático. <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>
- Arias, D. (2019), Optimización de la flotación de la molibdenita fina utilizando oxido de polietileno.

- Cromtek, (2020), Picnómetro: como se utiliza para medir densidades (<https://www.cromtek.cl/2020/09/11/como-medir-densidades-con-un-picnometro/>)
- Microsoft, (2023), Convenciones de códigos y estructura de programa Visual Basic (<https://docs.microsoft.com/es-es/dotnet/visual-basic/programming-guide/program-structure/program-structure-and-code-conventions>)

## 7. Anexos

### 7.1. Anexo A: Cantidad de Muestra para las Pruebas de Hidrociclón

Prueba	N°1	N°2	N°3	N°4
$\rho_{pulp}$ (kg/L)	1,07	1,1	1,14	1,19
$\rho_{solido}$ (kg/L)	2,69	2,69	2,69	2,69
$\rho_{agua}$ (kg/L)	1	1	1	1
<b>Volumen Pulpa (L)</b>	<b>56</b>	<b>56</b>	<b>56</b>	<b>56</b>
<b>Volumen Solido (L)</b>	2,22	3,45	4,76	6,17
<b>Volumen Agua (L)</b>	<b>53,7</b> 8	<b>52,5</b> 5	<b>51,2</b> 4	<b>49,8</b> 3
<b>Masa Pulpa (Kg)</b>	59,7 5	61,8 3	64,0 5	66,4 3
<b>Masa Solido (Kg)</b>	<b>5,98</b>	<b>9,27</b>	<b>12,8</b> 1	<b>16,6</b> 2
<b>Masa Agua (Kg)</b>	53,7 8	52,5 5	51,2 4	49,8 3
<b>%solidos</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>
<b>Carga de mineral</b>	<b>5,98</b>	<b>3,3</b>	<b>3,54</b>	<b>3,8</b>
<b>Carga total</b>	<b>16,62</b>			

## 7.2. Anexo B: Gravedad Específica

Prueba N°1		Prueba N°2		Prueba N°3	
Datos		Datos		Datos	
Picometro vacío (gr)	22,7951	Picometro vacío (gr)	22,7853	Picometro vacío (gr)	22,7517
Picometro + muestra (gr)	25,6058	Picometro + muestra (gr)	26,2121	Picometro + muestra (gr)	25,8283
Peso de la muestra	2,8107	Peso de la muestra	3,4268	Peso de la muestra	3,0766
Picometro + agua	47,6595	Picometro + agua	47,6558	Picometro + agua	47,6662
Picometro + muestra + agua	49,4255	Picometro + muestra + agua	49,8139	Picometro + muestra + agua	49,594
Densidad del líquido (gr/cm <sup>3</sup> )	1	Densidad del líquido (gr/cm <sup>3</sup> )	1	Densidad del líquido (gr/cm <sup>3</sup> )	1
Volumen de la muestra (cm <sup>3</sup> )	1,0447	Volumen de la muestra (cm <sup>3</sup> )	1,2687	Volumen de la muestra (cm <sup>3</sup> )	1,1488

Peso específico (gr/cm <sup>3</sup> )	2,6904	Peso específico (gr/cm <sup>3</sup> )	2,7010	Peso específico (gr/cm <sup>3</sup> )	2,6781
Guia	2,6904		2,7010		2,6781

### 7.3. Anexo C: Estimación de Caudales

	CP 10 (%)		
	Apex 7 mm		
	P1		
<b>Fr = 25 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
v (L)		2	2
t (s)		62	27
Q (L/s)	0,11	0,03	0,07
Q (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,38</b>	<b>0,12</b>	<b>0,27</b>
<b>Fr = 30 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
v (L)		2	2
t (s)		49,74	27
Q (L/s)	0,11	0,04	0,07
Q (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,41</b>	<b>0,14</b>	<b>0,27</b>
<b>Fr = 35 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
v (L)		2	2
t (s)		17,67	30
Q (L/s)	0,18	0,11	0,07
Q (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,65</b>	<b>0,41</b>	<b>0,24</b>
<b>Fr = 40 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
v (L)		2	2
t (s)		16,11	33
Q (L/s)	0,18	0,12	0,06
Q (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,67</b>	<b>0,45</b>	<b>0,22</b>

<b>CP 15 (%)</b>			
<b>Apex 7 mm</b>			
<b>P1</b>			
<b>Fr = 25 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		56	27
$Q$ (L/s)	0,11	0,04	0,07
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,40</b>	<b>0,13</b>	<b>0,27</b>
<b>Fr = 30 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		25,5	25,6
$Q$ (L/s)	0,16	0,08	0,08
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,56</b>	<b>0,28</b>	<b>0,28</b>
<b>Fr = 35 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		15,25	31
$Q$ (L/s)	0,20	0,13	0,06
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,70</b>	<b>0,47</b>	<b>0,23</b>
<b>Fr = 40 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		12	31,58
$Q$ (L/s)	0,23	0,17	0,06
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,83</b>	<b>0,60</b>	<b>0,23</b>

<b>CP 20 (%)</b>			
<b>Apex 7 mm</b>			
<b>P1</b>			
<b>Fr = 25 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		47	23
$Q$ (L/s)	0,13	0,04	0,09
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,47</b>	<b>0,15</b>	<b>0,31</b>
<b>Fr = 30 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		24,4	28
$Q$ (L/s)	0,15	0,08	0,07
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,55</b>	<b>0,30</b>	<b>0,26</b>
<b>Fr = 35 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		18,18	30,8
$Q$ (L/s)	0,17	0,11	0,06
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,63</b>	<b>0,40</b>	<b>0,23</b>
<b>Fr = 40 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		11,78	31,55
$Q$ (L/s)	0,233171	0,169779	0,063391
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,84</b>	<b>0,61</b>	<b>0,23</b>

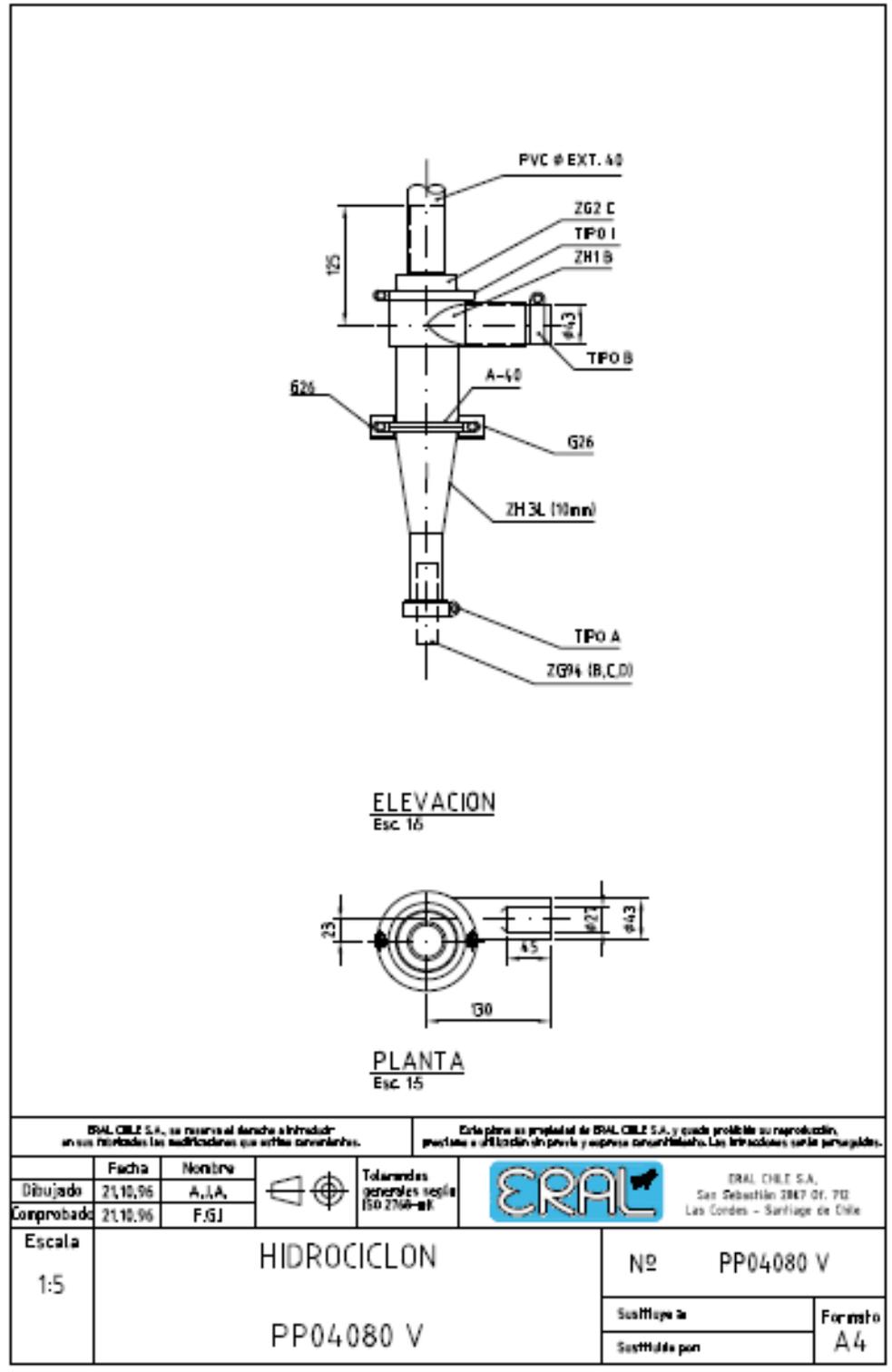
	CP 25 (%)		
	Apex 7 mm		
	P1		
<b>Fr = 25 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		50	27,65
$Q$ (L/s)	0,11	0,04	0,07
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,40</b>	<b>0,14</b>	<b>0,26</b>
<b>Fr = 30 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		22,7	27,7
$Q$ (L/s)	0,16	0,09	0,07
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,58</b>	<b>0,32</b>	<b>0,26</b>
<b>Fr = 35 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		17,67	30
$Q$ (L/s)	0,18	0,11	0,07
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,65</b>	<b>0,41</b>	<b>0,24</b>
<b>Fr = 40 Hz</b>	<b>AH</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
$v$ (L)		2	2
t (s)		12,05	30,54
$Q$ (L/s)	0,231463	0,165975	0,065488
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	<b>0,83</b>	<b>0,60</b>	<b>0,24</b>

#### 7.4. Anexo D: Porcentaje de Sólidos y Densidad de Pulpa

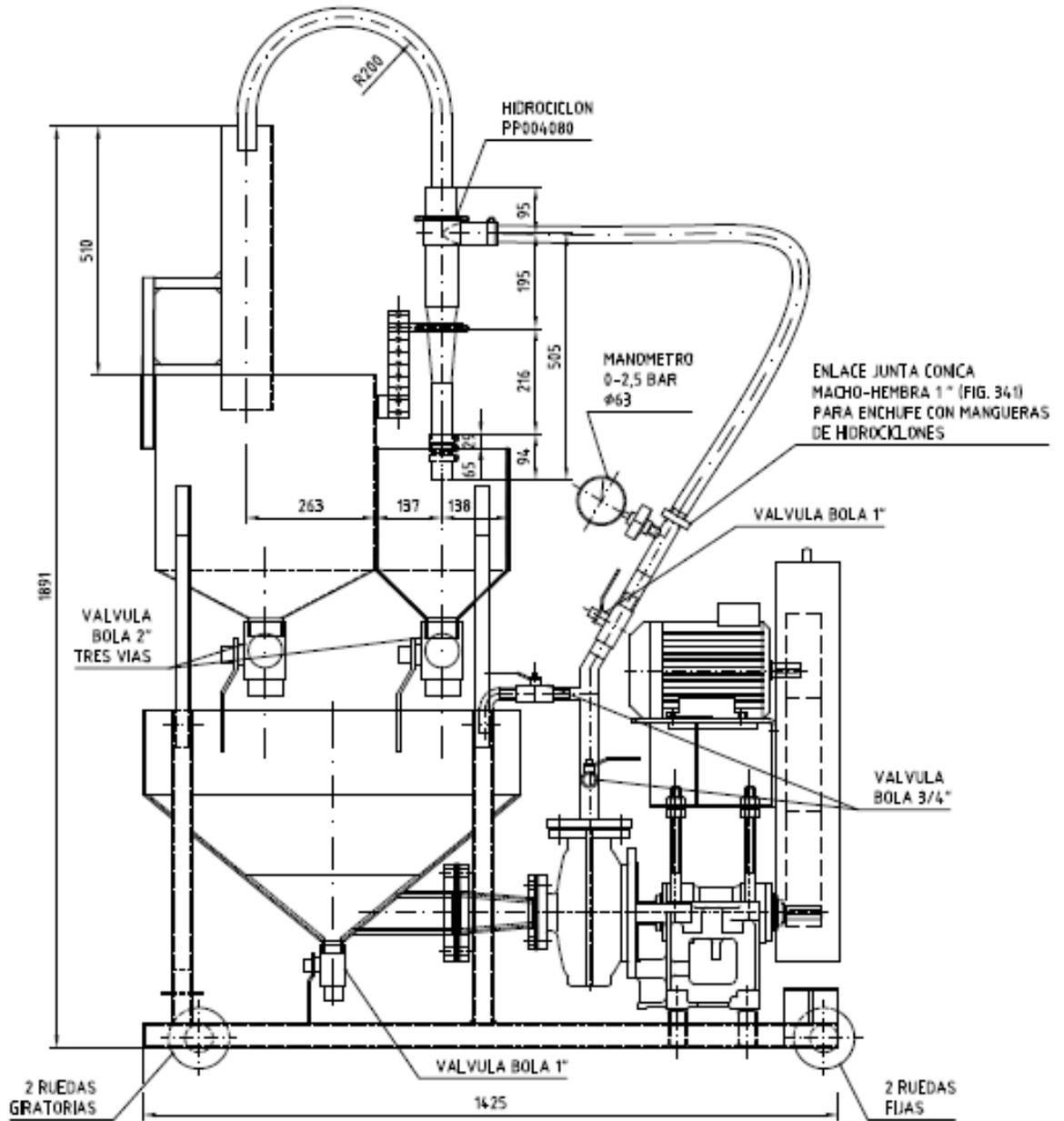
CP (%)	CP 10%		CP 15%	
	Apex 7 mm		Apex 7 mm	
<b>Frecuencia 25 Hz</b>				
	<b>OF</b>	<b>UF</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
PP	378	381,9	320	384
T	163,7	164,1	163,7	173,7
VP	200	200	140	190
PS	101,5	117,5	103	138
T	97,1	92,8	97,1	92
<b>CP (%)</b>	<b>2,05</b>	<b>11,34</b>	<b>3,77</b>	<b>21,87</b>
<b>DP</b>	<b>1,07</b>	<b>1,09</b>	<b>1,12</b>	<b>1,11</b>
<b>Frecuencia 30 Hz</b>				
	<b>OF</b>	<b>UF</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
PP	378	383	367	382
T	163,7	164,1	163,7	173,7
VP	200	200	190	180
PS	101	125	95	147
T	97,1	92,8	89,2	92
<b>CP (%)</b>	<b>1,82</b>	<b>14,71</b>	<b>2,85</b>	<b>26,40</b>
<b>DP</b>	<b>1,07</b>	<b>1,09</b>	<b>1,07</b>	<b>1,16</b>
<b>Frecuencia 35 Hz</b>				
	<b>OF</b>	<b>UF</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
PP	378	383	430	384
T	163,7	164,1	164,1	163,7
VP	200	200	200	200
PS	100,4	137	107	173
T	97,1	92,8	97,1	92,8
<b>CP (%)</b>	<b>1,54</b>	<b>20,19</b>	<b>3,72</b>	<b>36,40</b>
<b>DP</b>	<b>1,07</b>	<b>1,09</b>	<b>1,33</b>	<b>1,10</b>
<b>Frecuencia 40 Hz</b>				
	<b>OF</b>	<b>UF</b>	<b>OF</b>	<b>UF</b>
PP	360,9	410,6	371	405
T	163,7	173,7	163,7	173,7
VP	200	200	200	190
PS	91,6	154,8	95	171
T	89,2	92	89,2	92
<b>CP (%)</b>	<b>1,22</b>	<b>26,51</b>	<b>2,80</b>	<b>34,15</b>
<b>DP</b>	<b>0,99</b>	<b>1,18</b>	<b>1,04</b>	<b>1,22</b>

CP (%)	CP 20%		CP25%	
	Apex 7 mm		Apex 7 mm	
Frecuencia 25 Hz				
	OF	UF	OF	UF
PP	361	372	313	386
T	163,7	164,1	176	173,7
VP	170	170	140	180
PS	111	141	98	153
T	97,1	92,8	89,2	92
CP (%)	7,05	23,18	6,42	28,73
DP	1,16	1,22	0,98	1,18
Frecuencia 30 Hz				
	OF	UF	OF	UF
PP	344	366	312	432
T	163,7	164,1	163,7	173,7
VP	160	150	130	200
PS	97	156	97	188
T	89,2	92	89,2	92
CP (%)	4,33	31,70	5,26	37,17
DP	1,13	1,35	1,14	1,29
Frecuencia 35 Hz				
	OF	UF	OF	UF
PP	335	345	316	418
T	163,7	173,7	176	173,7
VP	170	140	150	190
PS	95	153	96	196
T	89,2	92	89,2	92
CP (%)	3,39	35,61	4,86	42,57
DP	1,01	1,22	2,11	2,20
Frecuencia 40 Hz				
	OF	UF	OF	UF
PP	339	420	348	359
T	163,7	173,7	163,7	173,7
VP	180	200	180	140
PS	96	195	98	170
T	89,2	92	89,2	92
CP (%)	3,88	41,82	4,77	42,09
DP	0,97	1,23	1,93	2,56

## 7.5. Anexo E: Plano de Hidrociclón PP04080 V



7.6. Anexo F: Plano Planta Piloto de Hidrociclones ERAL Modelo PCL 4/5

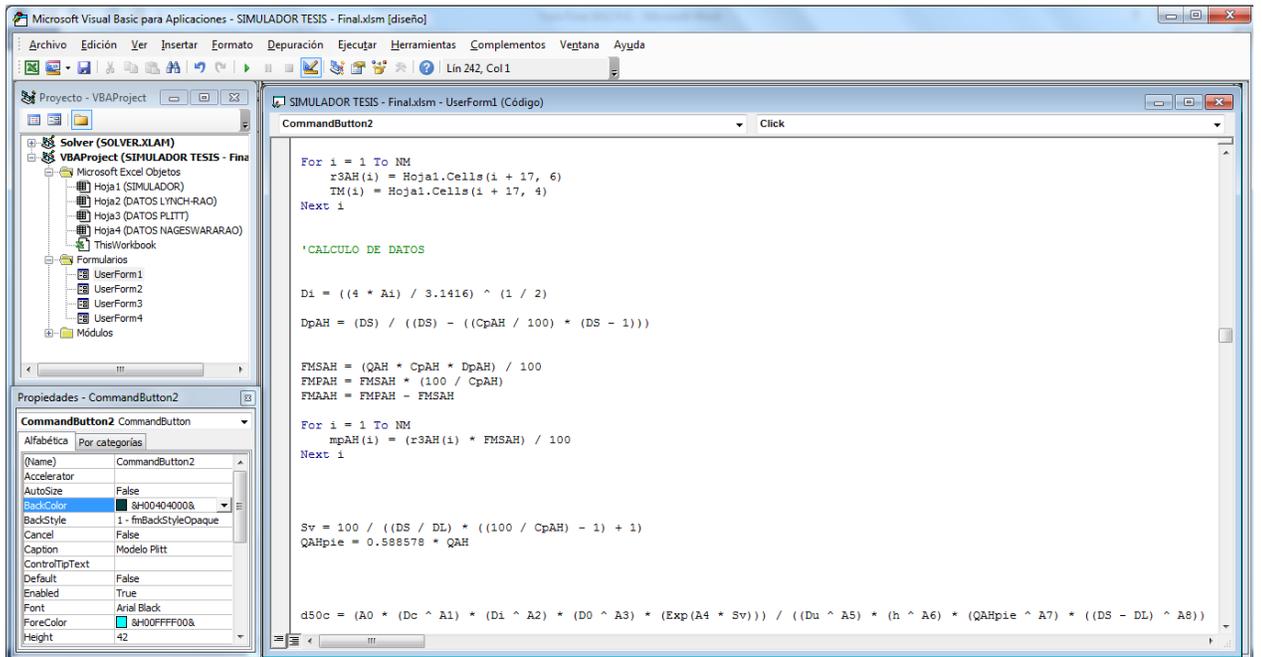
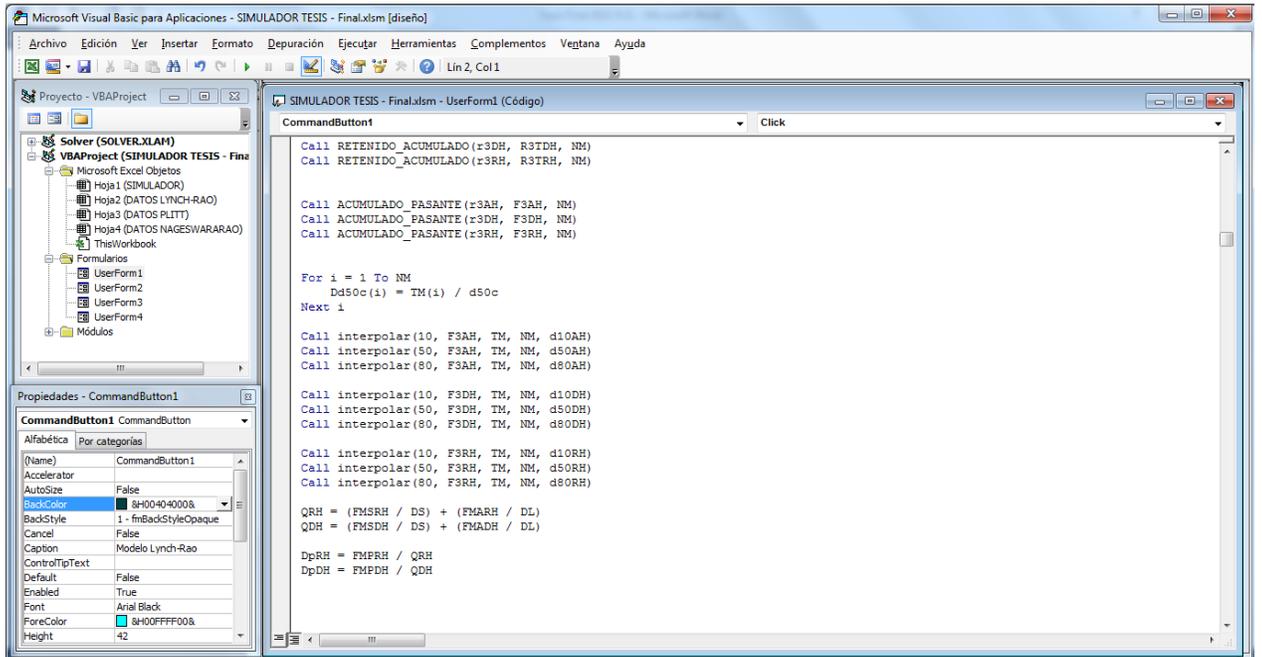


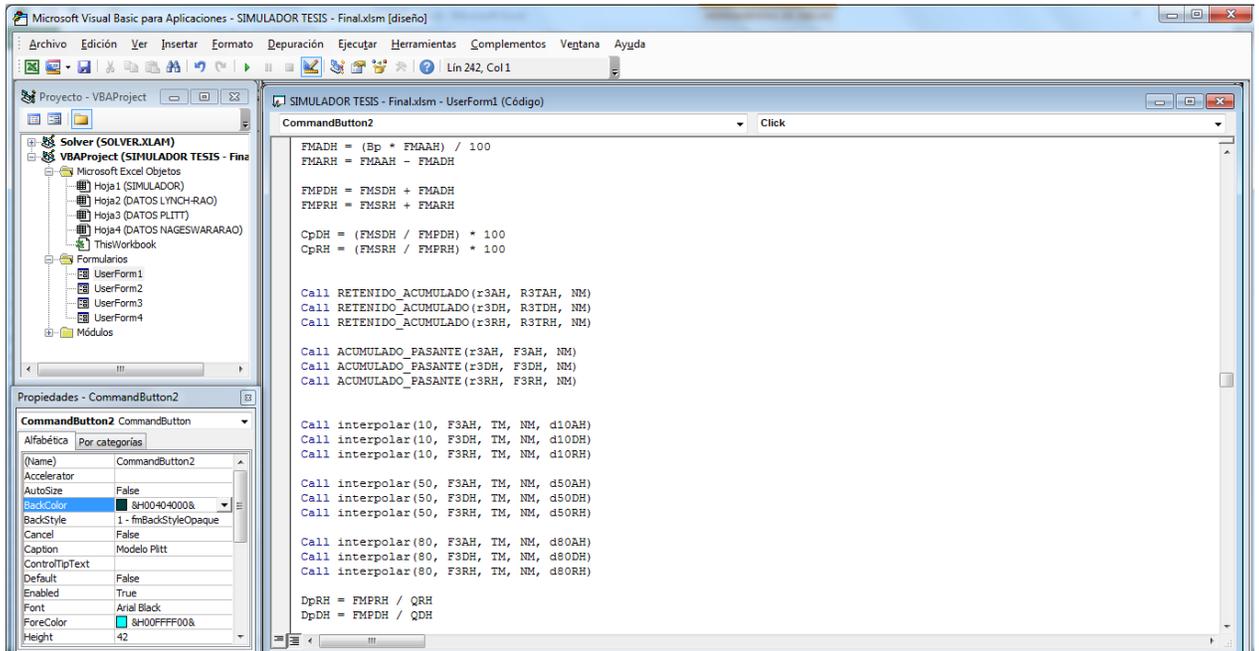
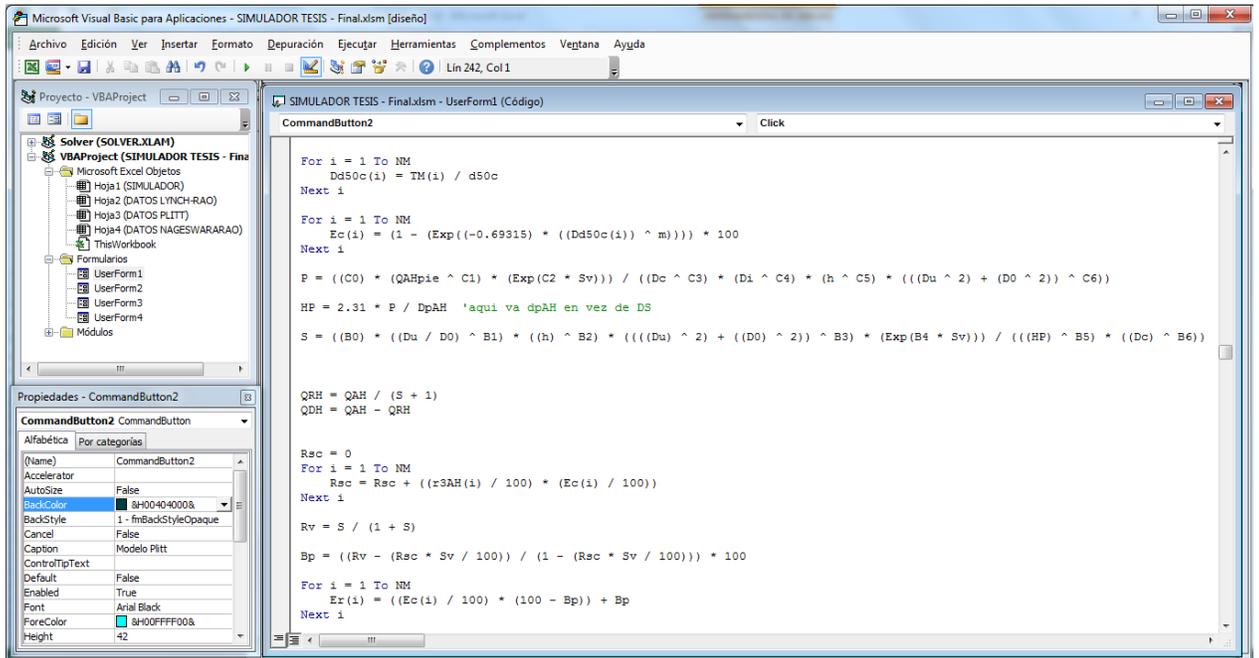
## 7.7. Anexo G: Planilla del Balance Metalúrgico

A1		Datos																	
Datos		Parámetros medidos en los Flujos						Datos calculados											
		Alimentación		Overflow	Underflow		Alimentación		Overflow	Underflow									
N° Prueba	1	d <sub>50</sub> (µm)		3,199	7,932		Flujo masico pulpa (T/h)	1,76	3,16	0,60									
SPIG (pulg)	0,2755906	d <sub>60</sub> (µm)		10,056	81,14		Flujo masico Solido (T/h)	0,31	0,06	0,25									
VF (pulg)	0,3937008	d <sub>90</sub> (µm)		29,511	200,082		Flujo masico agua (T/h)	1,45	1,10	0,35									
Pe (gr/cm <sup>3</sup> )	2,7	Q (m <sup>3</sup> /h)	0,83	0,60	0,24		P <sub>pulpa</sub> (T/m <sup>3</sup> )	2,11	1,93	2,56									
Datos HC PP04080 V		CP (%)	17,60	4,77	42,09		by-pass (%)	24,14											
Dc (mm)	39	P (psi)	6				d <sub>90c</sub>	15,636											
Di (mm)	27	Tamaño (µm)		Alimentación				Overflow				Underflow				E <sub>k</sub> (%)	E <sub>c</sub> (%)	d/d <sub>90c</sub>	
Do (mm)	10	T/h	r <sub>s</sub> (%)	R <sub>s</sub> (%)	F <sub>s</sub> (%)		T/h	r <sub>s</sub> (%)	R <sub>s</sub> (%)	F <sub>s</sub> (%)		T/h	r <sub>s</sub> (%)	R <sub>s</sub> (%)	F <sub>s</sub> (%)		#1DIV/0!	#1DIV/0!	
Du (mm)	5 / 6 / 7	478,630	0	0	100,00		0	0	0	100		0	0	0	100		100	100	30,61
h (cm)	23,7	416,869	0	0,00	100,00		0	0	0	100		0	0	0	100		100	100	26,66
		363,078	2,54477E-05	0,0082205	0,01	99,99	0	0	0	100	100	2,54477E-05	0,01	0,01	99,99	100	100	23,22	
		316,228	0,000381716	0,1233069	0,13	99,87	0	0	0	100	100	0,000381716	0,15	0,16	99,84	100	100	20,22	
		275,423	0,00279925	0,9042503	1,04	98,96	0	0	0	100	100	0,00279925	1,1	1,26	98,74	100	100	17,62	
		239,883	0,006590962	2,1290985	3,16	96,84	0	0	0	100	100	0,006590962	2,59	3,85	96,15	100	100	15,34	
		208,930	0,011247897	3,6334423	6,80	93,20	0	0	0	100	100	0,011247897	4,42	8,27	91,73	100	100	13,36	
		181,970	0,015166847	4,8993928	11,70	88,30	0	0	0	100	100	0,015166847	5,96	14,23	85,77	100	100	11,64	
		158,489	0,017482591	5,6474544	17,35	82,65	0	0	0	100	100	0,017482591	6,87	21,1	78,9	100	100	10,14	
		138,038	0,018042441	5,8283045	23,17	76,83	0	0	0	100	100	0,018042441	7,09	28,19	71,81	100	100	8,83	
		120,226	0,017177218	5,5488089	28,72	71,28	0	0	0	100	100	0,017177218	6,75	34,94	65,06	100	100	7,69	
		104,713	0,015507446	5,0094175	33,73	66,27	6,067E-05	0,11	0,11	99,89	100	0,015446773	6,07	41,01	58,99	99,608743	99,484231	6,70	
		91,201	0,013520895	4,3676959	38,10	61,90	0,0002372	0,43	0,54	99,46	100	0,013283715	5,22	46,23	53,77	98,245827	97,687584	5,83	
		79,433	0,011434181	3,6936183	41,79	58,21	0,0002372	0,43	0,97	99,03	100	0,011197002	4,4	50,63	49,37	97,925694	97,265573	5,08	
		69,183	0,009670641	3,1239365	44,92	55,08	0,0002041	0,37	1,34	98,66	100	0,009466556	3,72	54,35	45,65	97,889643	97,21805	4,42	
		60,256	0,008514461	2,7504523	47,67	52,33	0,0001931	0,35	1,69	98,31	100	0,008321408	3,27	57,62	42,38	97,73264	97,011084	3,85	
		52,481	0,007921141	2,5587904	50,23	49,77	0,0002868	0,52	2,21	97,79	100	0,007634319	3	60,62	39,38	96,379029	95,226703	3,36	
		45,709	0,00773461	2,4985346	52,72	47,28	0,0005075	0,92	3,13	96,87	100	0,007227156	2,84	63,46	36,54	93,439168	91,351271	2,92	
		39,811	0,007763571	2,5078898	55,23	44,77	0,0008163	1,48	4,61	95,39	100	0,00694723	2,73	66,19	33,81	89,484989	86,138727	2,55	
		34,674	0,007805694	2,5214971	57,75	42,25	0,0011638	2,11	6,72	93,28	100	0,006641858	2,61	68,8	31,2	85,089904	80,344965	2,22	
		30,200	0,007827886	2,5286657	60,28	39,72	0,0015168	2,75	9,47	90,53	100	0,006311037	2,48	71,28	28,72	80,6225	74,455869	1,93	
		26,303	0,007819114	2,525832	62,81	37,19	0,0018643	3,38	12,85	87,15	100	0,005954769	2,34	73,62	26,38	76,156572	68,568719	1,68	













Parámetros medidos en los Flujos										Datos calculados										Flujos C/A										Flujos S/A									
Alimentación										Derivación										Alimentación										Derivación									
Temp	Tb (°C)	Tc (°C)	Td (°C)	Te (°C)	Tf (°C)	Tg (°C)	Th (°C)	Ti (°C)	Tj (°C)	Tk (°C)	Tl (°C)	Tm (°C)	Tn (°C)	To (°C)	Tp (°C)	Tq (°C)	Tr (°C)	Ts (°C)	Tt (°C)	Tu (°C)	Tv (°C)	Tw (°C)	Tx (°C)	Ty (°C)	Tz (°C)	Taa (°C)	Tab (°C)	Tac (°C)	Tad (°C)	Tae (°C)	Taf (°C)	Tag (°C)							
CP (°C) S/A	17,60	4,77	42,09																																				
Flujo S/A	1,26	39,63 S/A	39,63 S/A																																				
SI S/A	0,04																																						
Q (m³/h)	1,56	1,12	0,44																																				
P (Pa)	40																																						
P (psi)	6																																						
Flujo masico pulpa (T/h)	1,76	1,16	0,90	1,76	1,16	0,60																																	
Flujo masico Solido (T/h)	0,21	0,06	0,25	0,21	0,06	0,25																																	
Flujo masico agua (T/h)	1,45	1,10	0,35	1,45	1,10	0,35																																	
Pa-pulp (T/m³)	1,12	1,03	1,36																																				
bt-pass (%)	24,14																																						
d <sub>50</sub> S/A	15,553																																						
d <sub>90</sub> S/A	15,636																																						